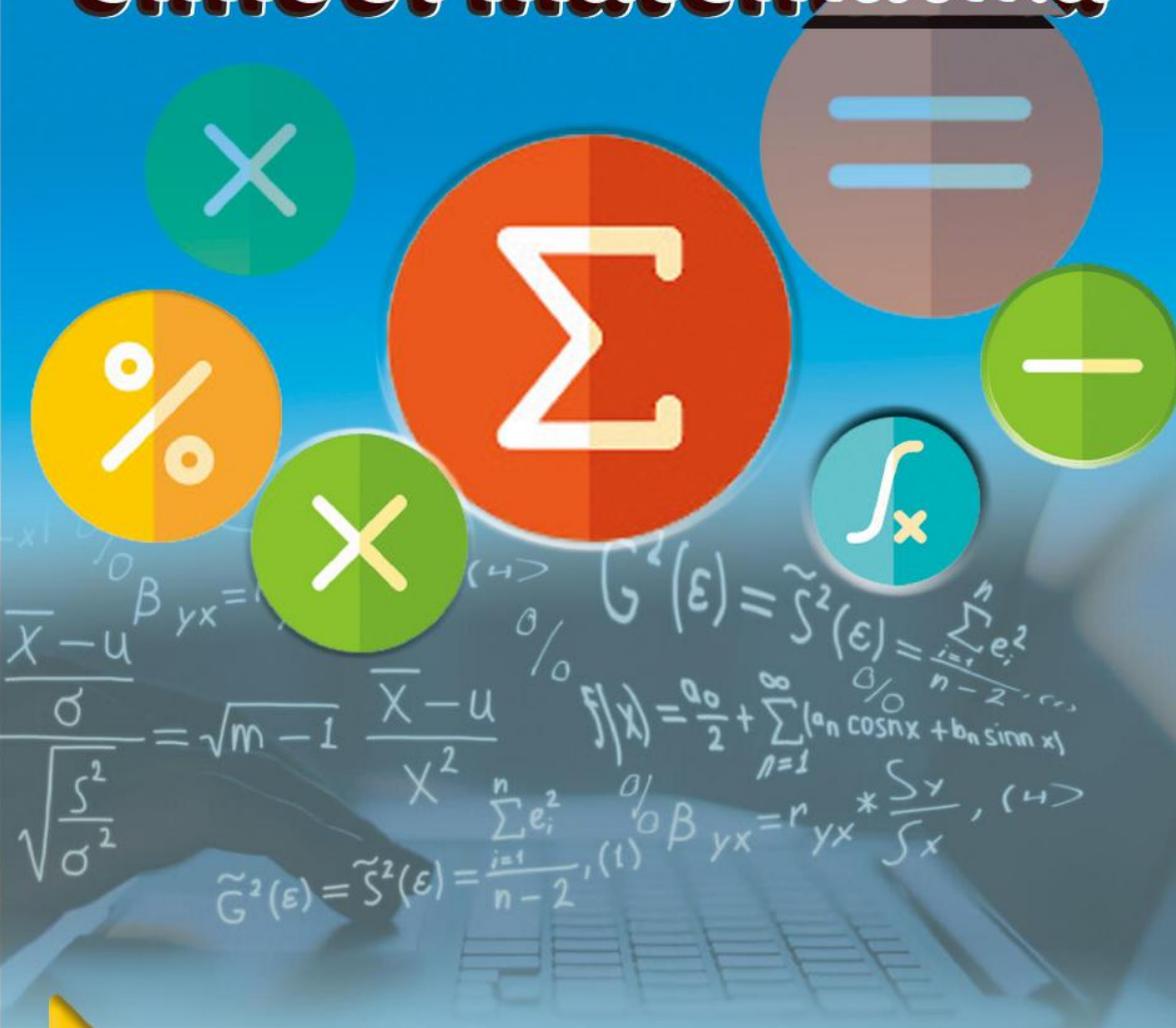


Dr. Siti Faizah, M.Pd, dkk

# Pentingnya Belajar Membaca Simbol Matematika



PENERBIT  
LPPM UNHAS  
TEBUIRENG JOMBANG  
2020



**PENTINGNYA BELAJAR  
MEMBACA SIMBOL  
MATEMATIKA**

Sanksi Pelanggaran Pasal 113  
Undang-Undang No. 28 Tahun 2014 Tentang Hak Cipta

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).
3. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf a, huruf b, huruf e, dan/atau huruf g untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 4 (empat) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 1.000.000.000,00 (satu miliar rupiah).
4. Setiap Orang yang memenuhi unsur sebagaimana dimaksud pada ayat (3) yang dilakukan dalam bentuk pembajakan, dipidana dengan pidana penjara paling lama 10 (sepuluh) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 4.000.000.000,00 (empat miliar rupiah).

# **PENTINGNYA BELAJAR MEMBACA SIMBOL MATEMATIKA**

Oleh:  
Dr. Siti Faizah, M.Pd. dkk

**PENERBIT**



**LPPM UNHASY TEBUIRENG JOMBANG  
2020**

**Judul Buku**

Pentingnya Belajar Membaca Simbol Matematika

**Penulis**

Dr. Siti Faizah, M.Pd

Arisni Khalifatu Amalia S, M.Pd

Dr. Resdianto Permata Raharjo, M.Pd

Rusli Ilham Fadli, M.Pd

Maskhurin Fajarina, M.Pd

**ISBN**

978-623-7872-31-3

**Desain Cover**

Arsini Khalifatu Amalia S, M.Pd

**Layout**

Dr. Resdianto Permata Raharjo, M.Pd

**Editor :**

Nihayatus Sa'adah, M.Pd

**Penerbit:****LPPM UNHASY TEBUIRENG JOMBANG**

(Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat  
Universitas Hasyim Asy'ari Tebuireng Jombang)

**Alamat Redaksi:**

Jl. Irian Jaya No. 55 Tebuireng, Diwek, Jombang, Jawa Timur

Gedung B UNHASY Lt.1, Telp: (0321) 861719

E-mail: [lppm.unhasy@gmail.com](mailto:lppm.unhasy@gmail.com) / [lppm@unhasy.ac.id](mailto:lppm@unhasy.ac.id)

<http://www.lppm.unhasy.ac.id>

Cetakan Pertama, Februari 2020

i-vii+71 hlm, 15.5 cm x 23.5 cm

Hak Cipta dilindungi Undang-undang

*All Rights Reserved*

**Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun tanpa seizin tertulis dari penerbit**

## **PRAKATA**

Alhamdulillah, kami panjatkan puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan izin dan pertolongannya bagi kami untuk menyelesaikan buku yang berjudul “Pentingnya Belajar Membaca Simbol Matematika”. Buku ini berisi tentang awal mula munculnya simbol, kajian tentang simbol dalam perspektif islam, dan teori belajar yang terkait dengan simbol matematika.

Kami menyadari bahwa dalam pembuatan buku ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu kami hendak mengucapkan terima kasih kepada:

1. Rektor Universitas Hasyim Asyári
2. LPPM Universitas Hasyim Asyári
3. Fakultas Ilmu Pendidikan Universitas Hasyim Asyári

Kami menyadari bahwa buku ini tidak lepas dari kata sempurna. Oleh karena itu kami menerima koreksi, kritik dan saran untuk menyempurnakannya kembali.

Jombang, September 2020

Penulis

# DAFTAR ISI

PRAKATA .....	V
DAFTAR ISI .....	VI
DAFTAR GAMBAR.....	VII
DAFTAR TABEL.....	VIII
BAB 1      PENDAHULUAN.....	1
BAB 2      PENTINGYA KEMAMPUAN MEMBACA DAN MEMAHAMI SIMBOL.....	4
BAB 3      MATEMATIKAWAN ISLAM PENCETUS SIMBOL ALJABAR.....	9
BAB 4      MENGENAL BENTUK SIMBOL.....	29
BAB 5      SEJARAH SIMBOL .....	36
BAB 6      BELAJAR SIMBOL MELALUI TEORI TIGA DUNIA MATEMATIKA .....	49
BAB 7      PENUTUP .....	61
DAFTAR PUSTAKA.....	63
BIOGRAFI PENULIS .....	64

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1	Kombinasi Bilangan Acrophonic.....	19
Gambar 3.2	Simbol Bilangan Satuan dalam Sistem Alphabetic .	20
Gambar 3.3	Simbol Bilangan Puluhan dalam Sistem Alphabetic	20
Gambar 3.4	Simbol Bilangan Ratusan dalam Sistem Alphabetic	20
Gambar 4.1	Awal Mula Bentuk Simbol Operasi.....	35
Gambar 5.1	Ilmuwan Christoff Rudolf .....	37
Gambar 5.2	Bentuk Simbol Akar Waktu Pertama Kali Muncul...	38
Gambar 5.3	Simbol Akar yang telah disepakati.....	39
Gambar 5.4	Simbol Phi .....	40
Gambar 5.5	Ilmuwan William Jones .....	40
Gambar 5.6	Ilmuwan Leonhard Euler .....	42
Gambar 5.7	Simbol tak Hingga.....	47
Gambar 5.8	Ilmuwan John Wallis .....	47
Gambar 6.1	Ilmuwan David Tall.....	50
Gambar 6.2	Teori Tiga Dunia Matematika .....	52
Gambar 6.3	Refleksi Terhadap Teori.....	53
Gambar 6.4	Perkembangan Kognitif.....	54
Gambar 6.5	Proses Refleksi terhadap Aksioma.....	55
Gambar 6.6	Sirkulasi Simbol ke Proses .....	55
Gambar 6.7	Sirkulasi terhadap Tiga Dunia Matematika.....	56
Gambar 6.8	Terbentuknya Formal-Aksiomatik.....	57
Gambar 6.9	Penerapan Formal-Aksiomatik.....	58

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Simbol Bilangan Attic.....	18
Tabel 3.2	Simbol Bilangan Acrophonic .....	19
Tabel 3.3	Huruf-Huruf Alphabetic Yunani .....	19
Tabel 4.1	Simbol Matematika Dasar.....	31
Tabel 4.2	Simbol Matematika bukan Huruf.....	31
Tabel 4.3	Simbol Matematika Menurut huruf Ibrani .....	32

# **BAB 1**

## **PENDAHULUAN**

## **1.1 Pentingnya Membaca**

Kata membaca tidak hanya sering digunakan dalam dunia sekolah atau dunia pendidikan saja, tetapi juga digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya dalam hal membaca hati, membaca pikiran, membaca karakter orang, dan lain sebagainya. Perpaduan dari beberapa sudut pandang tersebut dapat diklasifikasikan dalam interpretasi pengalaman. Seseorang dapat menggunakan istilah membaca berdasarkan pengalaman yang sesuai dengan konteks pembicaraannya.

Membaca berasal dari kata baca yang merupakan proses merekonstruksi makna. Aktivitas membaca bukan hanya merubah simbol menjadi bunyi atau merubah bunyi menjadi makna, tetapi lebih ke proses mengambil informasi dari orang lain dalam bentuk tulisan. Kegiatan membaca merupakan aktivitas yang penting untuk dilakukan karena suatu pengetahuan dapat diperoleh dengan membaca. Seseorang dapat memperoleh pengetahuan yang maksimal hanya dengan membaca. Oleh karena itu, membaca dapat dijadikan katalisator untuk mendayagunakan sumber daya manusia.

Seorang manusia mampu melakukan aktivitas berpikir secara baik karena ia memiliki Bahasa, tanpa memiliki kemampuan berbahasa yang baik seseorang tidak mampu berpikir dengan baik. Hal ini disebabkan dengan membaca dapat melatih seseorang untuk melakukan berpikir secara abstrak, memahami obyek-obyek yang ditransformasikan dalam simbol-simbol. Dengan adanya simbol yang bersifat abstrak ini dapat membuat seseorang untuk melakukan berpikir secara lanjut. Bahasa juga dapat memberikan kemampuan berpikir secara teratur dan sistematis.

Transisi dari obyek faktual ke dalam bentuk simbol abstrak dapat diwujudkan melalui perbendaharaan kata yang dirangkai dengan menggunakan tata Bahasa untuk mengemukakan hasil pemikiran dalam bentuk ekspresi atau ungkapan. Membaca dapat dikatakan sebagai keterampilan berbahasa yang aktivitasnya dapat berupa menafsirkan lambang-lambang bunyi kedalam bentuk gagasan atau materi yang ada di dalam tulisan atau

wacana. Oleh karena itu, seseorang dapat menggali informasi lebih dalam pada berbagai wacana yang ada.

Suatu wacana dapat berupa teks yang memaparkan tentang materi ajar dalam bentuk tulisan, sehingga seorang siswa tidak hanya mempelajari wacana dalam bentuk tulisan saja tetapi juga dalam bentuk simbol. Salah satu mata pelajaran yang mempelajari tentang simbol adalah mata pelajaran matematika. Pada mata pelajaran matematika siswa diharuskan mempunyai keterampilan membaca wacana yang berupa simbol sebagai bekal untuk memahami makna yang ada di dalamnya.

## **1.2 Membaca simbol**

Membaca merupakan suatu aktivitas yang sering dilakukan oleh seseorang untuk mendapatkan suatu pengetahuan. Seseorang dapat memperoleh pengetahuan baru melalui buku atau media lain. Anjuran untuk membaca telah dikampanyekan oleh banyak Negara tetapi tidak semua Negara dapat menerapkan dengan baik.

Suatu keterampilan yang dimiliki oleh seseorang dapat dikembangkan melalui membaca. Kebiasaan membaca tidak hanya diperlukan oleh anak-anak atau siswa saja tetapi juga untuk orang dewasa. Hal ini disebabkan banyak masyarakat Indonesia yang masih belum bisa membaca, khususnya yang berada di daerah pedalaman karena mereka ada yang tidak pernah mengenyam pendidikan di bangku sekolah.

Keterampilan membaca tidak hanya perlu dikembangkan untuk membaca kosa kata saja, tetapi membaca juga perlu diterapkan dalam bidang matematika. Hal ini disebabkan dalam dunia matematika terdapat dunia simbolik yang menuntut seseorang untuk bisa membaca simbol. Oleh karena itu, dari keterampilan membaca kosakata dapat digunakan untuk membaca simbol dalam matematika yang penuh dengan makna. Seseorang dapat memahami makna simbol dalam matematika, jika seseorang mempunyai keterampilan membaca yang baik.

# **BAB 2**

## **PETINGNYA KEMAMPUAN MEMBACA DAN MEMAHAMI SIMBOL**

## 2.1 Pentingnya Belajar Membaca dalam Matematika

Seorang individu dapat memiliki kemampuan membaca dengan baik jika seseorang tersebut melakukan proses belajar mengajar dengan baik dan tekun. Karena kemampuan membaca tidak dapat diperoleh dari pewarisan sifat atau keturunan. Seseorang dapat menambah pengetahuannya tentang suatu hal jika orang tersebut memiliki kemampuan membaca dan memahami dengan baik. Pemahaman seseorang terhadap sesuatu hal dapat diketahui dari kemampuannya dalam menjawab pertanyaan yang berupa: apa, mengapa, dan bagaimana. Kemampuan seseorang dalam membaca dan memahami dapat mempengaruhi kemampuan dia dalam melakukan proses pembelajaran, terutama matematika. Hal ini disebabkan, dalam matematika tidak hanya diperlukan kemampuan membaca kata-kata saja tetapi juga membaca dan memahami makna dari suatu symbol/notasi.

Kemampuan anak-anak dalam membaca terkait matematika dapat dikatakan rendah. Hal ini dapat diketahui dari hasil pengamatan lembaga penilaian siswa Internasional, PISA (The Programme International Student Assessment) yang menunjukkan bahwa Indonesia berada pada urutan terakhir dari 40 negara yang diamati terkait kemampuan baca tulis, dan literasi numerasi (berhitung). Dari hasil pengamatan tersebut menunjukkan bahwa tidak hanya anak-anak yang tidak mempunyai minat untuk meningkatkan kemampuannya dalam membaca dan berhitung, tetapi juga terjadi pada orang dewasa.

Kurangnya minat baca dan berhitung dalam literasi numerasi disebabkan siswa bingung dengan cara membaca simbol-simbol yang ada dalam rumus matematika. Kebingungan yang dialami anak-anak ini bisa disebabkan karena mereka tidak terbiasa membaca dan memahami makna yang ada di dalam symbol matematika karena mereka tidak setiap hari mempelajari matematika. Kemungkinan lain adalah siswa hanya sering melihat simbol tersebut tapi tidak tau cara membacanya, karena tidak semua buku matematika dilengkapi dengan cara membaca simbol.

## 2.2 Kemampuan Memahami Simbol Matematika

Proses pembelajaran matematika tak lepas dari simbol-simbol yang memiliki aturan dan makna tersendiri. Penyampaian simbol dalam matematika dapat dilakukan secara lisan maupun tulisan. Kemampuan menyampaikan secara lisan meliputi: pengucapan, pendengaran, dan pemahaman. Sedangkan kemampuan penyampaian dalam tulisan, seperti latihan menulis simbol, membaca simbol, latihan penggunaan kata, dan lain-lain. Dalam penggunaan simbol-simbol matematika membutuhkan tiga kemampuan dasar yang dapat dilakukan oleh pengguna, yakni membaca, menulis, dan pemahaman makna simbol.

Ketiga kemampuan tersebut dapat membantu seseorang dalam memahami makna yang terkandung dalam simbol matematika. Karena dari konsep yang baik, akan membantu seseorang mengetahui makna yang terkandung di dalam simbol. Misalnya, dalam suatu pembelajaran matematika terdapat simbol “-” atau “kurang” tetapi guru membacanya “ambil” meskipun maknanya sama-sama mengurangi. Contohnya,  $5 - 1 = 4$  (dibaca: lima dikurangi satu sama dengan empat), tetapi dalam membacanya guru mengucapkan (lima diambil satu sama dengan empat). Dalam hal ini Bahasa yang digunakan kurang cocok karena menggunakan kata “diambil”. Permasalahan lainnya juga terjadi saat membaca bilangan pecahan desimal, misalnya guru membaca 2,125 dengan menyebutkan “dua koma serratus dua puluh lima” dan bukan “dua koma satu dua lima”.

Menurut Bond (dalam Abdurrahman, 2012:158) membaca merupakan awal pengenalan bahasa tulis dengan tujuan untuk memperoleh suatu proses mengingat melalui apa yang dibaca. Dengan banyak membaca maka semakin banyak simbol yang diketahui. Sedangkan menurut Dalman (2014) menyatakan bahwa membaca merupakan suatu proses untuk menerapkan sejumlah keterampilan dalam mengolah sebuah teks bacaan dengan tujuan untuk memahami isi bacaan tersebut.

Selain membaca, kemampuan lain dalam penyampaian simbol matematika adalah menulis, menurut Tarigan (2008) menyatakan bahwa menulis merupakan melukiskan lambang-

lambang grafik yang dipahami seseorang agar orang lain dapat memahami Bahasa yang ada dalam lambang tersebut. Menulis juga merupakan sebuah proses dalam menyampaikan informasi sebagai hasil dari kreativitas melalui berpikir kreatif, dan tidak berpusat dalam suatu pemecahan masalah.

Selain kedua kemampuan diatas, terdapat juga pemahaman yang merupakan suatu pengetahuan dalam situasi baru, dengan menghubungkan apa yang dipelajari dan bagaimana pengetahuan tersebut dimanfaatkan pada situasi yang baru pula, melalui pengetahuan yang didapat akan membantu seseorang dalam melakukan pembelajaran matematika. Karena semakin banyak anak yang memahami makna dari simbol maka semakin baik juga pemahaman terhadap simbol – simbol matematika yang didapat. Pemahaman merupakan suatu kemampuan yang umumnya menekankan pada proses belajar mengajar. Dalam pemahaman, seseorang dituntut untuk memahami dan mengerti tentang apa yang diajarkan, kemampuan pemahaman ini untuk memperoleh makna atau arti yang diperoleh dari apa yang dipelajari.

### **2. 3 Pengertian Simbol**

Setiap kata yang dibaca oleh seseorang sudah pasti memiliki makna tersendiri, seperti halnya kata “simbol”. Kata “simbol” berasal dari kata “*simbollein*” yang merupakan Bahasa Yunani. Kata ini mempunyai arti yang pertama, mencocokkan dan yang kedua, dua bagian yang dicocokkan. Pada awalnya simbol adalah berupa benda atau tanda yang digunakan untuk saling mengenali dan memahami arti yang sudah ada. Simbol bisa menjadi pusat perhatian tertentu sebagai sarana komunikasi dan landasan dalam memahami suatu hal. Hal ini disebabkan setiap komunikasi yang terkait dengan Bahasa atau sarana dapat dilakukan dengan menggunakan simbol.

Menurut Whitehead (dalam Wardani, 2010) menjelaskan bahwa pada dasarnya pikiran manusia mempunyai fungsi secara simbolis. manusia melakukan berpikir pikiran manusia berfungsi secara simbolis. Jika beberapa komponen pengalaman manusia dilakukan secara sadar, percaya, penuh perasaan, dan mempunyai gambaran tentang komponen-komponen yang lain. Seperagkat komponen yang dahulu merupakan simbol sedangkan seperagkat

komponen yang datang adalah makna dari simbol tersebut. Sifat dari simbol adalah mengacu pada sesuatu yang lebih tinggi atau ideal. Suatu simbol dapat dikatakan efektif jika simbol tersebut dapat memberi makna.

**BAB 3**  
**MATEMATIKAWAN ISLAM**  
**PENCETUS SIMBOL ALJABAR**

### 3.1 Perkembangan Matematika

Sebelum kita mengkaji lebih jauh tentang membaca simbol dalam matematika, kita perlu mengkaji tentang perkembangan matematika terlebih dahulu. Matematika mulai berkembang waktu memasuki peradaban manusia. Hal ini disebabkan manusia mempunyai keterampilan untuk melakukan komunikasi dan berpikir agar dapat menciptakan sesuatu yang baru. Seseorang bisa memunculkan suatu peradaban berdasarkan kontak sosial yang dilakukan.

Jika kita lihat dari sejarah munculnya peradaban, maka munculnya peradaban berawal dari adanya perkembangan budaya. Munculnya pusat peradaban dapat dimisalkan seperti air yang menjadi sumber kehidupan manusia, kita tidak dapat membayangkan bagaimana jika hidup tanpa air. Hal ini sama halnya dengan pusat peradaban manusia yang muncul dari aliran sungai. Awal mula munculnya pusat peradaban manusia berasal dari Mesopotamia, Mesir, India, dan Cina. Adanya sistem peradaban yang ada di Mesopotamia berpengaruh pada sungai-sungai yang ada di Negara sekitarnya, seperti sungai nil yang ada di Mesir, kemudian sungai kuning yang berada di Cina dan suatu lembah Indus di India.

Peradaban yang ada di kota-kota tersebut berdampak pada munculnya karya-karya baru tentang matematika. Misalnya, matematika Yunani dapat berkembang karena adanya kerjasama antara Babilonia dan Mesir. Perkembangan ini dapat terjadi karena adanya interaksi antar Negara lain untuk memberikan sumbangan pemikiran. Dari hasil perkembangan tersebut dapat diketahui bahwa objek matematika yang paling sederhana berupa symbol/notasi dan juga bilangan. Bilangan merupakan obyek atau struktur matematika yang sering digunakan sejak zaman babilonia sampai dengan India dan mendapat penyempurnaan dari ilmuwan matematika yang bernama Al-Khawarizmi. Jadi, kita dapat mengetahui bahwa perkembangan matematika pada peradaban terdahulu membawa pengaruh besar untuk peradaban di masa berikutnya.

## **Perkembangan Matematika di Persia**

Masyarakat Barat telah mengenal Persia selama berabad-abad. Suku bangsa Persia merupakan keturunan bangsa Arya yang datang dari Asia Tengah ke Iran pada abad ke-2 SM. Berdasarkan sumber sejarah yang berasal dari prasasti Assyria, kemudian bangsa Arya terpecah menjadi dua yaitu bangsa Persia dan bangsa Media. Dari sinilah kemudian lahir Bahasa Persia yang merupakan salah satu Bahasa tertua di dunia.

Orang-orang Yunani yang menetap di dataran tinggi Iran disebut juga sebagai orang Persia. Hal ini dapat diketahui dari adanya ungkapan pemerintah Iran yang menyatakan bahwa nama Iran digunakan sebagai nama Persia. Pada saat itu di Persia dipimpin oleh kerajaan yang berupa kekaisaran. Diantaranya adalah kekaisaran Media, Akhemeniyah, Seleukia, Parthia dan Sassanian. Sassanian merupakan kekaisaran terakhir sebelum akhirnya Persia ditaklukkan oleh umat Islam.

Perkembangan Ilmu matematika yang ada di Persia sudah ada sejak sebelum Islam memasuki Negara tersebut. Ilmu matematika dapat berkembang di Persia karena dipelopori oleh bangsa Babilonia dan juga India. Raja-raja Persia sangat mendukung perkembangan ilmu pengetahuan, mereka memberikan fasilitas bagi asimilasi dan adaptasi ilmu-ilmu dari Babilonia dan India, terutama matematika. Meskipun demikian, kesungguhan para raja dalam memajukan ilmu pengetahuan di wilayah mereka nampak pada masa kepemimpinan raja Sassanian.

Orang-orang terpelajar dari Persia diizinkan oleh raja untuk menuntut ilmu di Yunani dan India agar mereka dapat menterjemahkan karya-karya Ilmiah dalam bentuk bahasa Pahlevi. Bangsa Persia melestarikan tradisi keilmuan yang telah berkembang di peradaban-peradaban lain kemudian mereka menyempurnakan, menambah, dan menyebarluaskan kepada para pendidik di Eropa hingga Islam datang. Pusat utama ilmu pengetahuan Persia adalah akademi Jundi Shapur.

Persia tenggara merupakan tempat diselenggarakannya akademi Jundi Shapur. Masyarakat Nestorian menyebut Persia

Tenggara sebagai *Beith Labat* yang berarti rumah ilmu pengetahuan. Sedangkan masyarakat Arab menyebut sebagai *Jandi Sabur* atau *Jundaysabur* kemudian dalam bahasa dirubah menjadi Gundi Shapur. Pada tahun 241 M Shapur I mendirikan kota Jundi Shapur. Raja Shapur I mendirikan akademik ini dengan tujuan untuk menterjemahkan semua karya matematika dalam bentuk bahasa pahlavi agar bisa dijadikan rujukan bagi perpustakaan Jundi Shapur.

Persia dapat memajukan sistem pendidikannya karena adanya pengaruh dari masyarakat Nestorian dengan cara menerjemahkan karya Helenistik Yunani ke dalam bentuk Bahasa Pahlavi. Para cendekiawan Nestorian mengabdikan diri di akademi-akademi Persia sebagai guru dan penerjemah. Hal ini sebagai bukti bahwa orang-orang Persia telah sadar akan ilmu pengetahuan sehingga tercipta peradaban yang besar dari kegiatan penerjemahan karya-karya asing.

Pada abad ke-7 umat Islam berhasil menaklukkan wilayah Persia. Meskipun demikian, akademi Jundi Shapur dibiarkan tetap buka dan berkembang pesat sebagai Gudang ilmu pengetahuan. Bahkan dalam perkembangannya banyak dipengaruhi oleh ilmu pengetahuan Islam. Pada masa pemerintah dinasti Umayyah, melalui akademi ini para matematikawan dan pendidik pergi ke Damaskus yang pada waktu itu ibu kota pemerintahan Islam, dan untuk pertama kalinya memperkenalkan kebudayaan klasik kepada umat Islam. Dari kegiatan ini, karya-karya Hindu, Persia, Syiria dan Yunani pertama kalinya diterjemahkan kedalam Bahasa Arab. Umat Islam berhasil menduduki pemerintah Persia selama 3 abad, sehingga Bahasa Arab menjadi Bahasa resmi dan Bahasa sehari-hari sehingga karya-karya ilmu pengetahuan asing banyak diterjemahkan kedalam Bahasa Arab.

Pada tahun 250 M, tradisi serupa ditransfer pada masa kebangkitan dinasti Abbasiyah ke ibu kota Islam yang baru yaitu Baghdad. Di kota inilah puncak pencapaian tertinggi dari pendidikan dan ilmu pengetahuan Islam. Kebangkitan pengembangan ilmu pengetahuan yang baru, kegiatan penerjemahan, penyempurnaan dan penambahan terhadap ilmu pengetahuan yang telah ada, telah dirangsang dan dikembangkan

melalui contoh dan sumbangan para cendekiawan dari Jundi Shapur. Mereka memperkaya ilmu pengetahuan klasik melalui sistem pendidikan.

Cendekiawan muslim yang mewarnai khazanah keilmuan dunia terutama dibidang matematika salah satunya berasal dari Persia. Istilah aljabar mulai dikenalkan kepada masyarakat sekitar tahun 820 melalui karya buku yang di tulis oleh Al-Kawarizm. Buku ini berjudul al-jabr wa'l muqobalah yang dikenal sebagai buku aljabar dan ditulis oleh Muhammad bin Musa Al-Khawarizm atau yang lebih dikenal dengan Al-Khawarizm. Muhammad bin Musa Al-Khawarizmi adalah seorang matematikawan Islam yang lahir pada tahun 194 H/780 M di Khawarizm. Khawarizm merupakan kota kecil yang berada dipinggir sungai Oxus Uzbekistan. sebuah kota kecil dipinggiran sungai Oxus, Uzbekistan. Penemu aljabar ini dipanggil Al-Khawarizm untuk menunjukkan kota lahirnya.

Al-Khawarizm memiliki keahlian yang tidak diragukan lagi, kepribadiannya dalam bidang aljabar sudah diakui oleh seluruh umat Islam dan juga bangsa Barat. Seorang ilmuwan Barat bernama G. Sarton memberikan pernyataan yang berupa "pencapaian tertinggi telah diraih oleh orang timur". Sedangkan tokoh lain yang bernama Wiedman mengatakan bahwanya Al-Khawarizm adalah pribadi yang teguh dan masa hidupnya dihabiskan untuk mengabdikan diri bidang ilmu pengetahuan.

Al Khawarizmi mempelajari ilmu aljabar pada tahun tahun 813-833 M. Pada saat itu Islam masuk ke Persia dan Baghdad mulai menjadi pusat ilmu dan perdagangan. Para ilmuwan dan penjual yang berasal dari Cina dan India berpindah ke Baghdad. Dikota ini ia mendalami berbagai ilmu pengetahuan. Baik mengenai tsaqofah islam maupun ilmu kehidupan, hingga akhirnya ia menjadi tokoh matematika terbesar di masanya. Al-Khawarizm digambarkan oleh Smith dan Kapinski dalam sebuah buku yang berjudul *The Hindu-Arabic Numerals*. Beliau adalah tokoh besar dalam masa keemasan Baghdad dan juga salah satu ilmuwan muslim yang dapat mengkombinasikan ilmu matematika yang berasal dari barat dan dari timur.

Al Khawarizm hidup pada zaman pemerintahan emas dinasti abasiyah. Pada saat itu ilmuwan yang terkenal adalah Al Mansur, Harun Ar Rasyid dan Al Ma'mun. Al-Khawarizm juga pernah bekerja pada saat dinasti al-ma'un yang berada di Wisdom. Al-Khawarizm berada disana karena mendapat tugas untuk menterjemahkan semua karya yang diperoleh dari para ahli filsafat Yunani, contohnya karya dari Aristoteles dan Ptolomeus.

Al-Khawarizm banyak menyumbangkan karya yang luar biasa dari hasil menerjemahkan karya filsuf Yunani. Salah satu karyanya yang paling terkenal adalah tentang aljabar. Dalam karyanya tersebut membahas tentang penyelesaian dari persamaan kuadrat dan persamaan linear yang dilakukan secara analitis atau melalui penalaran. Hal inilah yang mendasari Al Khawarizmi disebut sebagai pencetus ilmu aljabar, yakni ilmu pengetahuan yang membahas tentang cara menyatakan suatu jumlah jika kuantitasnya atau nilainya belum diketahui. Dari karya terbesarnya inilah, banyak sejarawan matematika yang menyebut Al Khawarizmi sebagai "Bapak Ilmu Pengetahuan Aljabar".

Bagi Al-Khawarizm Aljabar adalah nadi matematika. Aljabar merupakan nadi matematika. Gerard Cremona dan Robert Chaster sudah menerjemahkan karya Al-Khawarizm dengan menggunakan bahasa yang dipahami oleh orang-orang Eropa karena menggunakan bahasa Eropa. Dari hasil terjemahannya tersebut memunculkan suatu fenomena yang berupa penggunaan buku karya Al-Khawarizm sebagai bahan ajar di seluruh perguruan tinggi yang ada di Eropa sampai abad ke-16. Hal tersebut menunjukkan bahwa meskipun bangsa barat sering bermusuhan atau bahkan menyerbu tanah Islam, tetapi mereka masih mau mengakui kemajuan ilmu yang dicapai orang Islam pada saat itu. Pada zaman dulu belum ada istilah aljabar tetapi Al-Khawarizm telah mempopulerkan istilah tersebut hingga saat ini. Orang-orang Eropa baru mengenal aljabar ketika muncul karya Al-Khawarizm yang berjudul *Hisab al Jabr wal Muqabalah* ini.

Al-Khawarizm juga memperkenalkan beberapa cabang ilmu matematika selain aljabar, yakni Geometri dan Aritmatika. Geometri adalah cabang ilmu matematika yang membahas tentang asal-usul Geometri serta rujukan utama yang digunakan.

Rujukan yang digunakan dalam Geometri adalah karya dari Euclid yang berupa Al-ustugusat atau yang disebut the element. Pada dasarnya geometri telah dipelajari sejak zaman Fir'aun sekitar 2000 SM. Setelah itu Thales mempopulerkan geometri yang berasal dari Mesir Yunani sebagai ilmu pengetahuan. Kemudian pada saat memasuki abad ke 9 M, kaidah tentang pendidikan sains disempurnakan oleh para sarjana Islam.

Al-Khawarizm wafat pada tahun 850 M kemudian karyanya yang membahas tentang perhitungan pada suatu bilangan berpindah ke komunitas Islam. Ilmu pengetahuan yang membahas tentang aljabar dapat dikatakan sebagai peninggalan ilmu tentang perhitungan dengan menggunakan rumus yang lebih akurat dan valid daripada ilmu yang sudah ada sebelumnya.

Masyarakat barat berpendapat bahwa ilmu matematika yang ada pada saat itu lebih banyak dipengaruhi oleh hasil karya Al-khawarizm daripada hasil karya ilmuwan lain.

Bagi bangsa Barat, ilmu matematika lebih banyak dipengaruhi oleh karya Al Khawarizmi dibandingkan dengan karya para penulis pada abad pertengahan. Orang-orang modern banyak berhutang budi kepada matematikawan Al-khawarizm karena sumbangsuhnya terhadap konsep bilangan dan perhitungannya. Penemuan beliau tentang konsep bilangan dalam aljabar membuatnya patut disebut sebagai ilmuwan terpenting dalam dunia matematika.

### **Perkembangan Matematika di Yunani**

Yunani merupakan negara yang berada di laut Mediterania, sehingga disebut negara kepulauan. Negara Yunani dapat disebut sebagai Hellas atau Ellada, dan orangnya disebut sebagai bangsa Hellen. Penyebutan ini berbeda dengan yang ada di dalam bahasa Inggris, kalau dalam bahasa Inggris kata Yunani adalah Greece, sedangkan kalau dalam bahasa Indonesia adalah Yunani. Kata Yunani diambil dari kata Ionina yang termasuk dalam golongan suku bangsa orang Yunani sendiri.

Ilmu pengetahuan modern bisa berkembang seperti saat ini dimulai pada periode Yunani kuno. Perkembangan ilmu pengetahuan yang paling menonjol pada saat itu adalah filsafat.

Ilmu filsafat menjadi induk dari semua ilmu pengetahuan. Pada masa Yunani dianggap sebagai zaman keemasan filsafat karena pada masa ini para masyarakat mempunyai kebebasan untuk menyampaikan semua ide yang dimiliki. Pada saat itu masyarakat Yunani tidak bisa langsung menerima setiap pengetahuan baru yang datang, tetapi mereka menunjukkan sikap dan kemampuannya dalam berpikir secara kritis. Sikap berpikir masyarakat Yunani menunjukkan bahwa mereka adalah bangsa yang ahli berpikir sepanjang masa.

Pengetahuan tentang filsafat pada masa Yunani sangat terkait dengan ilmu matematika. Seorang Ilmuwan bernama Copleston mengungkapkan bahwa kemungkinan besar matematika Yunani mendapat pengaruh dari Mesir, karena ilmu pengetahuan dan filsafat Yunani mulai berkembang di daerah Barat dan Timur. Bangsa Yunani memiliki kepandaian dalam berdagang, sehingga melalui perdagangan inilah bangsa Yunani memanfaatkan kesempatan untuk mempelajari ilmu pengetahuan bangsa Mesir.

Jika kita mengatakan matematika ilmiah Yunani berasal dari Mesir maka istilah tersebut kurang tepat, karena matematika mesir memuat metode empiris yang diperoleh secara praktis. Pada umumnya Geometri Mesir berisi tentang metode-metode praktis yang berfungsi untuk mengukur tanah setelah sungai Nil meluap. Geometri secara ilmiah dikembangkan oleh orang-orang Yunani dan bukan oleh orang Mesir. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa Yunani merupakan tempat asal para pemikir dan ilmuwan asli Eropa.

Aspek atetik merupakan salah satu hal yang diperhatikan pada masa peradaban Yunani. Matematika dikembangkan oleh orang Yunani pada tahun 300-600 SM dipinggir timur laut tengah yang dimulai dari Italia sampai ke Afrika utara. Orang-orang Yunani mengatakan bahwa matematika dapat dijadikan sebagai cara untuk melakukan berpikir secara rasional. Bahasa yang sama yaitu Yunani. Matematika Yunani berkembang melalui 2 periode, yaitu pada masa periode klasik dan periode Helenistik.

- Periode klasik berlangsung pada saat perkembangan matematika di Yunani yang terjadi pada abad ke-6 sebelum

masehi di bawah pimpinan Athena. Beliau telah berhasil menghalau serangan kekaisaran Persia tetapi saat terjadi perang Peloponesia kekuasaan Athena berakhir karena ditaklukkan bangsa Sparta. Adanya peristiwa ini tidak membuat perkembangan dan kajian ilmu pengetahuan juga berakhir. Bidang matematika ditemukan oleh orang-orang Yunani pada masa ini, penemuan tentang matematika menjadi penemuan yang sangat penting bagi mereka.

Pada periode ini pula matematika mengalami perubahan yang berupa fungsi praktis ke deduktif. Perubahan terjadi khusus pada pemecahan masalah praktis ke pengetahuan tentang kebenaran matematis secara umum. Sedangkan perkembangan obyek teori dalam matematika dapat merubah ke dalam suatu disiplin ilmu tertentu. Dalam hal ini masyarakat Yunani menunjukkan kepeduliannya terhadap struktur logis matematika.

- Periode helenistik berlangsung pada abad ke - 5 SM, dibawah pimpinan Iskandar Agung. Beliau telah berhasil menaklukkan beberapa daerah yang menjadi awal penyebaran bahasa dan budaya Yunani keseberang laut agar bisa berpadu dengan matematika Mesir dan Babilonia. Beberapa daerah tersebut adalah wilayah pesisir Laut Tengah bagian Timur, Mesir, Mesopotamia, dataran tinggi Iran, Asia Tengah dan beberapa bagian dari India. Peristiwa tersebut dapat membangkitkan matematika pada periode Helenistik karena Bahasa yang digunakan adalah bahasa para sarjana yang ada di Helenistik. Pada masa ini, munculnya kata “matematika” berasal dari kata *mathema*, Bahasa Yunani kuno yang berarti pelajaran tentang instruksi.

Pusat kajian ilmu pengetahuan yang terjadi pada periode ini berada di Iskandariyah Mesir. Banyak hal menarik yang terjadi pada periode ini, yakni para sarjana yang berasal dari seluruh penjuru Helenistik turut serta mengkaji ilmu pengetahuan.

Matematika yang dikembangkan pada masa Yunani lebih bermakna daripada yang dikembangkan pada kebudayaan sebelumnya (Pra-Yunani). Hal ini disebabkan karena matematika yang dikembangkan pada masa sebelumnya masih menggunakan

penalaran induktif untuk mempelajarinya, sehingga berbanding terbalik dengan matematika yang dikembangkan pada masa Yunani yang menggunakan penalaran deduktif. Bangsa Yunani menggunakan logika, aksioma dan kekuatan matematika untuk membuktikan suatu teorema. Asal-usul matematika Yunani tidak mudah untuk didokumentasikan. Meskipun tidak ada bukti secara langsung tetapi pada umumnya peradaban di negara Babilonia dan Mesir Kuno memiliki pengaruh terhadap perkembangan matematika Yunani.

Masyarakat Yunani sudah mengetahui tulisan dan sistem bilangan. Orang-orang Yunani mengetahui tentang tulisan dan sistem bilangan dengan cara mengadopsi dari bangsa Mesir karena metode bangsa Mesir sangat kompleks dalam hal perhitungan. Mereka mengadopsi dengan cara merubah sistem bilangan yang berasal dari Mesir menjadi huruf abjad. Masyarakat Yunani menggunakan huruf pertama dari nama bilangan tersebut. Masyarakat Yunani mempunyai dua sistem bilangan, antara lain:

- Munculnya Sistem *attic* pada tahun 600 SM. Sistem *attic* disebut juga dengan sistem *acrophonic* yang mempunyai bentuk simbol suatu bilangan berasal dari huruf pertama nama bilangan itu sendiri. Pada sistem ini mempunyai enam symbol bilangan yang berupa: 1, 5, 10, 100, 1000, dan 10000. Adapun bentuk symbol dalam sistem *attic* dapat dilihat pada gambar berikut:

Tabel 3.1: simbol bilangan *attic*

Γ	Δ	Η	Χ	Μ
Pente	Deka	Hekaton	Khilioi	Murioi
Πεντε	Δεκα	Ηεκατον	Χιλιοι	Μυριοι
5	10	100	1000	10000

Sedangkan untuk angka satu disimbolkan dengan “|” yang bukan merupakan huruf awal nama bilangan. Kemudian untuk bilangan yang lain dituliskan dengan cara memadukan dengan symbol yang lain. Adapun penulisan simbol angka 1 sampai 10 dalam system *acrophonic* dapat dilihat pada gambar berikut:

Tabel 3.2: simbol bilangan *acrophonic*

I	II	III	IIII	𐀀	𐀁	𐀂	𐀃	𐀄	𐀅
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Masyarakat Yunani tidak hanya mengembangkan bilangan 1 sampai 10 saja tetapi juga bilangan 50, 500, 5000 dan 50000 dengan cara menggabungkan simbol 5 dan simbol puluhan, ratusan, ribuan, dan puluhan ribu. Adapun bentuk simbol pada bilangan tersebut adalah sebagai berikut:

𐀅	𐀆	𐀇	𐀈	𐀉	𐀊	𐀋	𐀌
10	50	100	500	1000	5000	10000	50000

Gambar 3.1: Kombinasi bilangan acrophonic

- Sistem bilangan attic diganti menjadi sistem alphabetic pada tahun 500 SM. Pada awalnya ada dua puluh tujuh huruf dalam sistem alphabet Yunani klasik tapi ada 3 huruf yang hilang dari penulisannya. Adapun simbol huruf alphabetic Yunani adalah sebagai berikut:

Tabel 3.3: Huruf – huruf alphabetic Yunani

Nama	Huruf kapital	Huruf kecil
Alpha	A	$\alpha$
Beta	B	$\beta$
Gamma	Γ	$\gamma$
Delta	Δ	$\delta$
Epsilon	E	$\epsilon$
Zeta	Z	$\zeta$
Eta	H	$\eta$
Theta	Θ	$\theta$
Iota	I	$\iota$
Kappa	K	$\kappa$
Lambda	Λ	$\lambda$
Mu	M	$\mu$
Nu	N	$\nu$
Ksi	Ξ	$\xi$
Omicron	O	o
Pi	Π	$\pi$
Koppa	-	-
Rho	P	$\rho$

Sigma	$\Sigma$	$\sigma$
Tau	$\tau$	$\tau$
Upsilon	$\Upsilon$	$\upsilon$
Phi	$\Phi$	$\phi$
Chi	$\chi$	$\chi$
Psi	$\Psi$	$\psi$
Omega	$\Omega$	$\omega$

Bangsa Yunani menurunkan huruf-huruf alphabetic di atas menjadi system bilangan baru yang berupa system alphabetic. Meskipun simbol huruf *digamma*, *koppa*, dan *sampi* tidak ada pada tabel di atas, tetapi mereka menunjukkan simbol baru dalam system bilangan *alphabetic*.

A	B	Γ	Δ	E	Ϛ	Z	H	Θ
α	β	γ	δ	ε	ϛ	ζ	η	θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Gambar 3.2: Simbol bilangan satuan dalam sistem alphabetic

I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	Ϛ
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϛ
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Gambar 3.3: simbol bilangan puluhan dalam sistem alphabetic

P	Σ	T	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω	Ϟ
ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϟ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Gambar 3.4: Simbol bilangan ratusan dalam sistem alphabetic

Kita dapat menggunakan huruf-huruf di atas untuk menyatakan suatu bilangan dengan cara memberi garis dibagian atas atau bawah agar berbeda. Bilangan terbesar pada sistem attic ini adalah bilangan 900.

Perkembangan matematika Yunani tidak hanya didasarkan pada sistem bilangan di atas saja, tetapi juga pada warisan matematika yang dikembangkan oleh Thales dan Phytagoras. Mereka berdua dapat mengembangkan matematika karena terinspirasi dari matematika Mesir dan Babilonia. Menurut catatan sejarah, Phytagoras pergi ke Mesir untuk menemui seorang pendeta dengan tujuan ingin belajar geometri dan astronomi kepadanya.

Thales (548 – 624 SM) berasal dari Miletus, yakni sebuah kota kecil yang terletak di pantai barat Asia. Kota ini merupakan pusat perdagangan. Aswalnya beliau berprofesi sebagai pedagang, sehingga beliau sering melakukan perjalanan ke luar negeri. Beliau selalu menggunakan waktu luangnya untuk mempelajari astronomi dan geometri. Geometri merupakan ilmu yang penting bagi Thales karena beliau menyelesaikan soal-soal perhitungan tentang ketinggian piramida dan jarak perahu dari garis pantai dengan menggunakan ilmu geometri. Thales dihargai sebagai orang pertama yang menggunakan penalaran deduktif untuk diterapkan pada geometri. Dari situlah Thales dianggap sebagai matematikawan pertama yang menghasilkan temuan matematika tentang geometri.

Selanjutnya ilmuwan Phytagoras (500 – 580 SM) berasal dari pulau Samos, Ionia yang terkenal sebagai filsuf dan juga ahli dalam ilmu ukur. Beliau mencetuskan mazhab *phytagoras* yang mengungkapkan bahwa matematikalah yang menguasai semesta dan mempunyai semboyan yang berupa “semua adalah bilangan”. Kalau segala-galanya adalah bilangan, itu berarti unsur bilangan merupakan unsur yang terdapat dalam segala sesuatu yang ada di sekitar kita. Unsur bilangan mencakup bilangan ganjil dan genap, terbatas dan tidak terbatas. Mazhab phytagoras merupakan awal mula pengkajian matematika sehingga diakui sebagai penemu bukti pertama teorema phytagoras. Teorema phytagoras membahas tentang panjang dari sisi yang terdapat pada segitiga siku-siku. Teorema ini merupakan sebuah contoh pembuktian yang terkenal dari sebuah rumus aljabar. Rumus Phytagoras dapat

berupa  $a^2 + b^2 = c^2$  dengan c adalah hipotenusa, yakni sisi yang berhadapan dengan sudut siku-siku dan selalu lebih panjang dari sisi yang lain.

Kontribusi Phytagoras tersebut sangat besar dalam pengembangan ilmu pengetahuan, terutama ilmu pasti dan ilmu alam. Ilmu yang beliau kembangkan dikemudian hari dan sampai saat ini sangat bergantung pada pendekatan matematika. Ilmuwan Galileo juga memberi penegasan bahwa alam ditulis dalam Bahasa matematika. Dalam filsafat ilmu menyebutkan bahwa matematika merupakan sarana ilmiah yang penting dan akurat, karena hanya dengan pendekatan matematika suatu ilmu dapat diukur dengan benar. Di samping itu, matematika dapat menyederhanakan suatu uraian yang panjang dalam bentuk simbol, sehingga lebih cepat dipahami.

### **3. 2 Matematika dalam Perspektif Islam**

Abdussakir (2008) menyebutkan bahawa matematika mempunyai tiga ciri khusus yang tidak dimiliki oleh ilmu pengetahuan lain, yakni (1) matematika sebagai abstraksi yang berasal dari dunia nyata, (2) dalam matematika menggunakan bahasa simbol, dan (3) dalam matematika menggunakan pola pikir deduktif. Terdapat tiga ciri khas dari matematika yang tidak dimiliki oleh ilmu pengetahuan lain adalah: (1) merupakan abstraksi dari dunia nyata, (2) menggunakan Bahasa simbol, dan (3) menganut pola pikir deduktif.

Matematika dapat dikatakan sebagai abstraksi dari dunia nyata. Secara Bahasa abstraksi mempunyai arti proses pengabstrakan. Sedangkan secara istilah abstraksi diartikan dengan upaya yang dilakukan untuk menciptakan definisi dengan cara memusatkan perhatian kepada sifat umum yang berasal dari berbagai obyek dengan mengabaikan sifat-sifat lain. Karena matematika merupakan abstraksi dari dunia nyata, maka obyek matematika bersifat abstrak yang mengandung makna.

Produk dari abstraksi dapat dinyatakan dengan cara mengkomunikasikan. Bahasa yang digunakan dalam komunikasi adalah bahasa simbol. Misalkan seseorang ingin menyatakan

bilangan 9 maka seseorang tersebut menggunakan simbol “9”. Simbol untuk bilangan tersebut dinamakan angka. Keuntungan dari penggunaan Bahasa simbol adalah sederhana dan universal, serta mempunyai makna luas.

Simbol dalam matematika tidak bersifat rumit tetapi bersifat sederhana. Salah satu contoh simbol matematika yang bersifat sederhana adalah definisi barisan konvergen yang dapat dinyatakan dalam Bahasa simbol berbentuk:

$$x_n \rightarrow L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \exists |x_n - L| < \varepsilon, n \geq n_0$$

Simbol-simbol di atas bersifat sederhana dan universal. Maksudnya sederhana adalah sangat singkat dan universal adalah ahli matematika di manapun berada sudah pasti bisa memahaminya. Kalimat dari simbol diatas sangat panjang tetapi hanya dapat dipahami oleh orang yang mengerti Bahasa Indonesia, khususnya mengerti tentang Bahasa Indonesia dan matematika. Jika kita lihat Bahasa simbol dari contoh diatas, dapat diterjemahkan ke dalam Bahasa Indonesia, yakni:

“Barisan bilangan real  $(x_n)$  disebut konvergen pada bilangan real  $L$  jika untuk setiap bilangan real positif  $\varepsilon$  terdapat bilangan asli  $n_0$  sedemikian hingga jarak  $x_n$  ke  $L$  kurang dari  $\varepsilon$  pada saat  $n$  lebih dari atau sama dengan  $n_0$ ”

Suatu simbol dalam matematika mempunyai makna yang sangat luas. Tetapi makna tersebut bersifat tersirat, sehingga orang yang tidak memahami matematika mengatakan kalau simbol tersebut tidak bermakna atau kosong dari arti. Jika kita ambil contoh, simbol “1” dapat dikatakan mewakili bilangan satu, tetapi yang menjadi pertanyaan “satu apa?” simbol bilangan satu akan mempunyai makna/arti jika sudah dikaitkan dengan konteks tertentu, contohnya 1 pensil.

Matematika tidak hanya bersifat abstrak dan menggunakan Bahasa simbol, tetapi matematika juga bersifat deduktif. Berpikir secara deduktif dapat diartikan sebagai berpikir yang didasarkan pada sesuatu hal yang sudah terbukti benar. Seseorang bisa memperoleh suatu kebenaran dari beberapa kasus yang masih bersifat induktif dan belum bisa diterima oleh

komunitas. Beberapa kasus yang masih bersifat induktif dapat digeneralisasikan dengan cara dibuktikan melalui penalaran secara logis agar bersifat deduktif dan bisa diterima oleh komunitas matematika. Dari proses penalaran yang dilakukan secara logis dapat menghasilkan suatu kesimpulan. Akan tetapi para ahli matematika tetap memperhatikan dugaan, ilham, atau pengalaman meskipun mereka sudah mengetahui kalau matematika bersifat deduktif karena melihat dari suatu fenomena secara langsung.

Suatu fenomena dalam kehidupan sehari-hari tidak bisa lepas dari matematika, misalnya kita dapat mengamati matahari, bulan, dan bumi yang berbentuk bulat. Begitu pula dengan bumi saat mengelilingi matahari yang semua lintasannya berbentuk elips. Adanya fenomena tersebut membuat Galilio Galilie (1200 M) memberikan pernyataan yang berupa *“Mathematics is the language with which God created the universe”* yang artinya: matematika adalah bahasa yang diciptakan Tuhan tentang alam semesta. Dari hasil penelitian tentang fenomena alam semesta membuat seorang ilmuwan yang menemukan teori Big Bang bernama Stephen Hawking memberikan pernyataan yang hampir mirip dengan Galilio Galilie, pernyataan itu adalah *“Tuhan menciptakan alam semesta dengan Bahasa Matematika”*.

Kalau kita lihat dalam Al-Qur’an, maka kita dapat mengatakan kalau pernyataan Galilio dan Hawking adalah basi. Sekitar kurang lebih 600 tahun sebelumnya, dalam Al-Qur’an sudah dikatakan kalau segala sesuatu diciptakan secara matematis. Kita dapat melihat firman Allah SWT dalam QS Al-Qamar ayat 49 yang berbunyi:

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَاهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

Artinya: *Sesungguhnya kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran.*

Pada dasarnya segala sesuatu yang terdapat di alam semesta ini ada ukuran, hitungan, rumus dan persamaannya. Para ahli matematika dan fisika tidak ada yang bisa membuat rumus. Mereka hanya menemukan rumus atau persamaannya saja karena rumus yang sudah ada tidak diciptakan oleh manusia tetapi sudah

ada sejak manusia belum dilahirkan. Manusia hanya menemukan dan menyimbolkan dalam bentuk bahasa matematika.

Perhitungan atau kalkulasi merupakan suatu aktivitas yang tidak bisa dari matematika, sehingga banyak orang yang berpendapat kalau matematika adalah ilmu hitung atau ilmu hisab. Persamaan atau rumus yang berlaku dalam suatu fenomena matematika merupakan hal yang penting bagi manusia yang mendalami bidang matematika. Hal ini disebabkan, dengan matematika manusia dapat menemukan keteraturan, ketelitian, dan kedisiplinan tentang semua aturan. Albert Einstein memberikan pernyataan yang berupa “Tuhan tidak sedang bermain dadu, Tuhan tidak sedang main percobaan atau sedang bermain peluang dalam menciptakan alam semesta”. Pernyataan Einstein sebenarnya bukan sesuatu hal yang luar biasa atau aneh, karena pernyataan tersebut sudah ada dalam Al-Qur’an sekitar 1200 tahun sebelumnya. Hal ini ada dalam surat Al-Anbiya’ ayat 16:

وَمَا خَلَقْنَا السَّمَاءَ وَالْأَرْضَ وَمَا بَيْنَهُمَا لَعِبِينَ ﴿١٦﴾

Artinya: *Dan tidaklah Kami ciptakan langit dan bumi dan segala yang ada di antara keduanya dengan bermain-main.*

### 3.3 Matematikawan Islam

Abu al-Hasan ibn ‘Ali al-Qalasadi adalah nama lengkap dari Al-Qalasadi yang lahir di kota Bastah Andalusia pada tahun 1412 M. Nama Andalusia diambil dari kata dalam bahasa arab, yakni Al-Andalus. Orang-orang Islam menggunakan kata Al-Andalus untuk menyebut nama suatu wilayah di Spanyol dan Portugal mulai abad ke-8 sampai abad ke-11. Akan tetapi, orang Kristen merebut Andalusia secara perlahan sampai pada akhirnya kawasan hanya tersisa sedikit.

Al-Qalasadi menghabiskan masa kecilnya di Bastah dengan keadaan yang cukup sulit karena di Bastah sering mengalami penyerangan dari orang-orang Kristen. Pada awalnya Al-Qalasadi mendapat pendidikan tentang ilmu hukum dan Al-Qur’an di Bastah. Kemudian pada saat menginjak dewasa ia menjauhi Bastah dan berpindah ke Granada untuk mempelajari ilmu filsafat, sains, dan hukum islam.

Keadaan wilayah Granada semakin memburuk ketika Al-Qalasadi tiba. Terdapat bagian yang tersisa dari wilayah Muslim yang berada di bawah serangan orang-orang Kristen Arogan dan Castile. Akan tetapi Al-Qalasadi tetap mengajar dan menuliskan sebagian karya-karya besarnya selama periode ini. Hal ini tidak membuat serangan tentara Kristen tidak berhenti, mereka terus menerus menyerang sehingga membuat masyarakat Granada sulit hidup. Daerah yang penduduknya mayoritas Muslim mengalami kekalahan pada tahun 1492 dan kota Granada jatuh ke tangan orang Kristen.

Al-Qalasadi tinggal di Granada tidak lama karena beliau lebih memilih tinggal di dunia Islam, yakni di Afrika utara. Al-Qalasadi lebih memilih tinggal di Afrika utara karena ingin memberikan dukungan kepada Andalusia agar melakukan perlawanan dari serangan orang-orang Kristen. Beliau menghabiskan masa hidupnya di daerah Tlemcem Afrika utara untuk mempelajari aritmatika dan aplikasinya. Akan tetapi, sekarang tempat tersebut berada di barat laut Aljazair yang dekat perbatasan Maroko. Kemudian beliau melanjutkan perjalanan ke Mesir untuk belajar dengan beberapa ulama terkemuka dan juga ke Mekah untuk melaksanakan ibadah haji dan kembali ke Granada (Fathani, 2008).

Al-Qalasadi adalah tokoh matematika yang ahli dalam bidang simbol aljabar. Simbol aljabar pertama kali dikembangkan oleh Ibnu Al-Banna pada abad ke-14 dan abad ke-15 oleh Al-Qalasadi. Al-Qalasadi mempunyai jasa yang sangat tidak ternilai dalam pengembangan ilmu matematika. Matematika bisa jadi tidak mengenal simbol dalam aljabar tanpa adanya jasa dari Al-Qalasadi.

Ahli matematika dari Andalusia yang pertama kali mengembangkan simbol-simbol aljabar adalah Ibnu al-Banna pada abad ke-14 dan Al-Qalasadi pada abad ke-15. Semua simbol dalam matematika diperkenalkan olehnya dengan menggunakan karakter dari alphabet Arab.

Al-Qalasadi menggunakan kata arab untuk memberi nama simbol matematika. Misalnya simbol penambahan (+) diambil dari kata "wa" dalam Bahasa arab yang berarti "dan". Sedangkan untuk

pengurangan (-) diambil dari kata “illa” yang berarti “kurang”. Perkalian (x) menggunakan kata “fi” yang berarti “kali”. Yang terakhir adalah pembagian (/) diambil dari kata “ala” yang berarti “bagi”.

Al-Qalasadi juga membuat simbol selain penambahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dalam bentuk simbol j untuk melambangkan “akar”. Kemudian variabel (x) dilambangkan dengan menggunakan sh, menggunakan simbol m untuk melambangkan kuadrat ( $x^2$ ), dan menggunakan huruf k sebagai simbol pangkat tiga ( $x^3$ ).

Beberapa buku tentang aritmatika dan aljabar telah ditulis oleh Al-Qalasadi. Terdapat juga buku yang berisi komentar-komentar terhadap karya Ibn Al-Banna yang dimuat dalam buku Talkhis amal al-hisab. Dalam buku ini juga membahas tentang ringkasan operasi aritmatika. Ibn Al-Banna disebut juga sebagai ilmuwan yang berasal dari Maroko kemudian meninggal dunia lebih dari 100 tahun sebelum beliau menuliskan komentar terhadap karyanya.

Al-Qalasadi juga membuat risalah utama yang berupa Al-Tabsira fi’lm al-Hisab atau disebut juga klarifikasi ilmu berhitung. Risalah ini merupakan suatu buku yang sulit dipelajari karena membutuhkan ketajaman pikiran untuk mempelajari. Buku ini bisa dikatakan sulit untuk dijadikan bahan pengajaran karena menggunakan huruf debu. Al-Qalasadi sudah berusaha menyederhanakan tingkat kerumitan tersebut tetapi tidak bisa. Karya dalam bentuk risalah ini bisa muncul karena dipengaruhi oleh karya Ibn Al-Banna.

Terdapat banyak karya dari Al-Qalasadi yang terbukti populer dalam pengajaran aritmatika di Afrika Utara. Karya-karya populer ini telah digunakan selama 100 tahun. Meskipun terdapat banyak buku matematika yang populer, tetapi tetap ada sedikit kontribusi dari Al-Qalasadi yang diajarkan. Contohnya adalah tentang metode untuk menghitung akar kuadrat yang dapat dikenal sampai ke Babilonia.

Sedangkan Al-Khawarizmi menjelaskan tentang pengertian prinsip-prinsip bilangan dan memberikan solusi dalam

sebuah karya Aljabar miliknya. Terdapat enam bab yang terbagi menjadi enam tipe persamaan dan mencakup jenis operasi: akar, kuadrat, dan bilangan ( $x, x^2$  dan bilangan ). Penyelesaian dari suatu persamaan harus dijadikan ke dalam salah satu bentuk baku dari keenam ini, yakni:

1. Kuadrat yang identik dengan akar
2. Kuadrat yang identik dengan bilangan
3. Akar-akar identik dengan bilangan
4. Akar dan kuadrat yang identik dengan bilangan (misal:  $x^2 + 10x = 39$ )
5. Kuadrat dan bilangan yang identik dengan akar (misal:  $x^2 + 21 = 10x$ )
6. Akar dan bilangan identik dengan kuadrat (misal:  $3x + 4 = x^2$ )

Beberapa hal di atas bisa disederhanakan dengan menggunakan dua operasi dalam aljabar yang berupa al-jabr dan al-muqabala. Kata “al-jabr” mempunyai arti “menyelesaikan” yakni aktivitas yang dilakukan untuk menghilangkan bentuk negatif dari suatu persamaan. Contohnya adalah “al-jabr” dapat mengubah bentuk  $x^2 = 40x - 40x^2$  menjadi  $5x^2 = 40x$ . Istilah al-muqabala mempunyai arti “membuat seimbang” yakni suatu aktivitas yang dilakukan untuk mengklasifikasikan jenis dan notasi yang sama, membuat pangkat yang sama pada suatu persamaan yang berada di ruas kanan dan ruas kiri. Contoh lain adalah menyederhanakan  $50 + 3x + x^2 = 29 + 10x$  menjadi  $21 + x^2 = 7x$ . Aplikasi yang pertama terkait dengan bilangan-bilangan dan aplikasi kedua terkait dengan akar (Fathani, 2008).

**BAB 4**  
**MENGENAL BENTUK SIMBOL**  
**MATEMATIKA**

#### 4.1 Simbol dalam Matematika

Ketika kita mendengar kata “matematika” pasti yang langsung terbayang adalah sederet angka dengan berbagai simbol yang mengiringinya. Kenapa harus ada simbol? Pertama kita harus mengetahui apa sebenarnya simbol itu.

Suatu simbol dalam matematika dapat berupa huruf, nomor atau tanda dari suatu bilangan, operasi, atau bahkan hasil pikiran seseorang terkait matematika. Artinya matematika itu adalah Bahasa simbolik, karena segala hasil pikiran matematika dituliskan dalam bentuk simbol.

Dalam pelajaran matematika, kadang kita dibingungkan dengan simbol-simbol yang ada. Akan tetapi bentuk dan penggunaannya sering tidak dijelaskan karena dianggap sudah diketahui, hal ini tentu menyulitkan bagi mereka yang pemula. Kadang tahu bentuk tapi tidak tahu nama dan penggunaannya, kadang tahu nama dan penggunaannya tapi tidak tahu bentuk simbolnya.

Pada awalnya orang hanya menuliskan simbol matematika dengan cara menggunakan Bahasa yang mereka gunakan dalam kehidupan sehari-hari. Penggunaan Bahasa sehari-hari ini disebut juga dengan aljabar retorika. Kemudian orang-orang mulai berpikir tentang efisiensi yang mengakibatkan digunakanlah singkatan dalam beberapa huruf yang disebut ‘aljabar singkatan’. Perlahan orang-orang membuat kesempatan untuk menggunakan lambang tersendiri dalam matematika yang disebut sebagai tahap *symbolic algebra*.

Lambang-lambang dalam matematika murni terkadang sangat sederhana sampai bisa dikatakan tidak memiliki arti sesuai dengan kehidupan sehari-hari, tetapi diberi arti berdasarkan konsep yang diturunkan secara deduktif atau secara umum. Oleh karena itu simbol tersebut hanya sebagai interpretasi dari sebuah terapan saja, misalnya tanda + bisa mempunyai arti ditambah, digabung, diperpanjang, dan lain sebagainya. Padahal tanda + yang sebenarnya berarti simbol penjumlahan.

Sebagai contoh, seorang anak SD tahu bahwa 7 lebih besar dari 2, tapi anak tersebut tidak tahu simbol apa yang harus ia gunakan untuk merepresentasikan yang ada di pikirannya.

Seharusnya dia menggunakan simbol  $<$  atau  $>$ , sehingga perlu diberi pemahaman tentang mengenal bentuk simbol dan penamaannya kepada para pemula.

Terdapat beberapa simbol modern yang sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Berikut ini disajikan tabel terkait konsep dari simbol matematika.

Tabel 4.1: Simbol matematika dasar

<b>Simbol</b>	<b>Nama</b>	<b>Dibaca</b>	<b>Kategori</b>
+	Penjumlahan	Tambah Union disjoint Gabungan disjoint	Aritmatika
-	Pengurangan Set – theoretic complement	Kurang Tanda negative Minus	Aritmatika
X	Perkalian	Kali Product Cartesian Perkalian silang	Aritmatika Teori himpunan Aljabar vector
$\div$ /	Pembagian	Dibagi	Aritmatika
$\sqrt{\quad}$	Akar kuadrat Akar kuadrat kompleks	Akar kuadrat Akar kuadrat kompleks	Bilangan real Bilangan kompleks
$\sqrt[n]{\quad}$	Akar pangkat n	Akar pangkat n	Bilangan real Bilangan kompleks

Tabel 4.2: Simbol matematika bukan huruf

<b>Simbol</b>	<b>Nama</b>	<b>Dibaca</b>	<b>Kategori</b>
$\circ$	Penyusunan fungsi	Tersusun dari	Teori himpunan
!	Faktorial	Factorial	Kombinatorika
$\infty$	Bilangan tak terhingga (Infinity)	Tak terhingga	Bilangan
$\in$	Set membership	Elemen dari	Teori himpunan
$\notin$	Set membership	Bukan elemen dari	Teori himpunan
$\subseteq$	Subset	Subset dari	Teori himpunan

$\supseteq$	Superset	Superset dari	Teori himpunan
$\cup$	Gabungan	Union...dari...	Teori himpunan
$\cap$	Irisan	Irisan...dari...	Teori himpunan

Tabel 4.3: Simbol matematika menurut huruf Ibrani

Simbol	Nama	Dibaca	Kategori
$\pi$	Phi	Phi	Geometri Euclide
$\Sigma$	Penjumlahan total	Jumlah seluruh... dari...	Aritmatika
$\Pi$	Produk cartesian	Produk cartesian dari...	Teori himpunan
'	Turunan	Turunan dari	Kalkulus
$\int$	Integral tertentu	Integral dari.. ke... dari...	Kalkulus

## 4. 2 Sejarah Bilangan

Suatu bilangan dalam matematika merupakan notasi atau simbol yang hanya bisa dituliskan. System decimal tidak lagi digunakan oleh penduduk Mesopotamia Irak pada tahun 2500 SM karena mereka mengganti dengan notasi bentuk baji. Sedangkan di Mesir kuno menggunakan sistem bilangan basis 10 pada tahun 300 SM dan di Babilonia menggunakan sistem desimal.

Sistem penomoran yang digunakan pada zaman sekarang sangat berbeda dengan pada zaman Romawi kuno karena terdapat sistem penomoran sendiri pada zaman Romawi kuno. Sistem penulisan angka romawi terdiri dari 7 nomor dengan menggunakan simbol huruf tertentu dengan ketentuan setiap huruf mempunyai arti, yaitu:

- I (I) melambangkan angka Satu
- V (v) melambangkan angka lima
- X (x) melambangkan angka sepuluh
- L (l) melambangkan angka lima puluh
- C (c) melambangkan angka seratus
- D (d) melambangkan angka lima ratus
- M (m) melambangkan angka seribu

Sistem angka romawi mempunyai beberapa kekurangan diantaranya:

- Tidak memuat angka nol
- Penyebutan bilangan tertentu terlalu panjang
- Hanya terbatas pada bilangan-bilangan kecil

Agar kekurangan dari bilangan romawi dapat tertutupi, maka dibuatlah pengali seribu pada bilangan romawi dengan menggunakan simbol garis strip di atas simbol huruf (kecuali angka I). Berikut ini disajikan simbol garis strip di atas bilangan romawi:

$$\bar{V} = 5000$$

$$\bar{X} = 10000$$

$$\bar{L} = 50000$$

$$\bar{C} = 100000$$

$$\bar{D} = 500000$$

$$\bar{M} = 1000000$$

Terdapat metode atau teknik tersendiri untuk penomoran angka romawi, yakni:

- Penulisan simbol dimulai dari yang paling besar ke paling kecil
- Penulisan simbol besar ke kecil dengan cara dijumlahkan, tetapi kalau kecil ke besar dengan cara pengurangan

Misalnya:

$$45 = XLV$$

$$79 = LXXIX$$

$$99 = IC$$

$$110 = CX$$

$$999 = CMXCIX$$

$$1666 = MDCLXVI$$

$$2008 = MMVIII$$

Lambang bilangan yang diajarkan oleh bangsa Romawi tergolong sulit untuk dipelajari, sehingga Ali bin Abi Thalib (659-695 M) mempopulerkan angka arab yang berupa: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Tidak hanya itu, Ali juga membuat penulisan lambang bilangan romawi menjadi sederhana dengan cara menambahkan

angka nol di belakang angka puluhan, misalnya: merubah X menjadi 10, C menjadi 100, M menjadi 1000, dan seterusnya. Angka arab yang berupa 1,2,3,4,5,6,7,8,9,0 disebarluaskan oleh Ali ke penjuru dunia pada saat peradaban Islam di abad pertengahan sedang jaya yang dibarengi dengan munculnya para ilmuwan muslim yang pandai matematika dan ilmu eksakta lainnya. Para ilmuwan tersebut dapat mengembangkan ilmu pengetahuan yang lebih jauh lagi setelah ditemukannya angka arab.

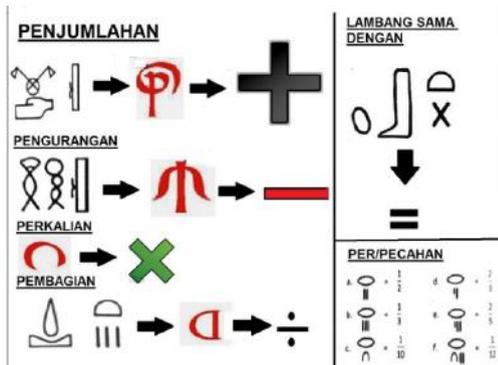
Buku yang berjudul al-kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wa'al-muqabala (الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة) diterbitkan oleh Al-Khawarizm pada tahun 830 M. Buku ini berisi rangkuman untuk kalkulasi dengan melengkapkan dan menyeimbangkan. Buku ini menggunakan Bahasa arab dan diterjemahkan ke dalam Bahasa latin pada abad ke-12.

Menurut buku al-mukhtasar fi hisab al-jabr wa'al-muqabala, suatu kalkulasi dengan menggunakan angka hindu memprinsipkan kemampuan difusi angka India ke dalam bentuk perangkaan timur tengah dan Eropa. Salah satu hal yang menunjukkan kalau buku ini sudah diterjemahkan ke dalam Bahasa latin adalah *Algoritmi de numero Indorum* yang menunjukkan kata algoritmi menjadi Bahasa Latin.

#### 4.3 Sejarah Simbol Operasi Hitung

Ahli matematika telah berusaha menghemat waktu dan juga tenaga untuk mengganti kata-kata dengan simbol tertentu, penggantian ini dilakukan pada zaman Babilonia. Simbol-simbol tersebut dapat digunakan karena hasil kesepakatan dari komunitas matematika. Penulisan simbol menggunakan singkatan sederhana, diantaranya +, -, x dan : yang merupakan operasi aritmatika dasar, yakni penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

Simbol penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian merupakan simbol perhitungan yang sering digunakan dalam perhitungan sehari-hari. Sebenarnya simbol tersebut tergolong baru dalam sejarah matematika. Terdapat simbol kuno yang pernah digunakan dalam operasi aritmatika. Adapun beberapa simbol kuno dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 4.1: Awal mula bentuk simbol operasi

Dari gambar tersebut dapat diketahui bahwa simbol operasi penjumlahan berasal dari Bahasa Italia pada zaman Renaissance. Tanda + merupakan bentuk singkatan dari 'et' sama 'dan'. Kemudian simbol operasi pengurangan (-) disebut juga dengan tanda minus yang ditemukan pada zaman Yunani oleh Diphantus. Lambang pengurangan yang digunakan saat ini berasal dari garis yang digunakan untuk menandai perbedaan berat produk. Sedangkan simbol operasi perkalian menggunakan tanda x yang didasarkan pada Salib Santo Andreas. Simbol ini diperkenalkan oleh Leibniz di Jerman pada abad ke-17. Pada saat itu simbol x mirip dengan simbol variable dalam aljabar. Yang terakhir adalah operasi pembagian disimbolkan dengan (:). Simbol ini muncul pada abad ke-18 oleh YE. Gallimard tetapi dengan menggunakan huruf D terbalik. Simbol yang digunakan berasal dari garis pembagi sederhana yang ditambah dengan garis pembagi yang dilengkapi dengan titik di atas dan di bawahnya garis ( $\div$ ).

Simbol-simbol yang menjadi dasar perhitungan aritmatika sudah banyak yang mengalami perubahan. Akan tetapi, maksud yang ada di dalamnya tetap sama dan simbol yang digunakan sekarang lebih sederhana. Tujuan dari perubahan tersebut adalah untuk memudahkan orang dalam mempelajari ilmu perhitungan dalam matematika.

# **BAB 5**

## **SEJARAH SIMBOL**

Kita dapat menjumpai berbagai macam simbol dalam ilmu matematika. Para matematikawan memperkenalkan berbagai macam simbol, tetapi terkadang mereka tidak menjelaskan secara rinci karena para matematikawan beranggapan kalau para komunitas sudah mengetahui maknanya. Hal ini terkadang menyulitkan bagi mereka yang awam dengan simbol-simbol matematika.

## 5. 1 Simbol akar

Matematika merupakan ilmu yang sulit untuk dikomunikasikan karena terbentur dengan simbol-simbol yang bersifat abstrak. Dalam matematika, simbol akar sering digunakan tetapi kita sering tidak mengetahui asal mula terciptanya akar itu sendiri. Ketidaktahuan ini mengakibatkan orang beranggapan bahwa dalam matematika terlalu banyak tanda atau simbol yang sulit untuk dimengerti. Oleh karena itu, pada bagian ini mengkaji tentang asal mula terciptanya simbol akar.

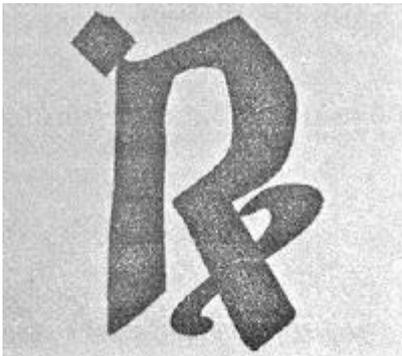


Gambar 5.1: Christoff Rudolf

Sejarah simbol akar ditemukan oleh seorang matematikawan bernama Christoff Rudolf. Dia dilahirkan di Jawor Silesia pada tahun 1499. Dimana saat itu Jawor di bawah kendali Bohemia sejak tahun 1335, Rudolf belajar aljabar di Wina antara 1517 dan 1521. Christoff Rudolf adalah penulis buku teks Jerman pada bidang Aljabar. Dari tahun 1517 - 1521 Christoff Rudolf

adalah seorang mahasiswa di Henricus Grammateus Universitas Wina dan penulis buku yang berjudul *Behend and Hubsch Rechnung Durch Die Kunstreichen Regein Algebre so Gemeinickich Die Coss Genent Weden*. Buku itu di dedikasikan untuk Uskup Brixen. Uskup adalah pimpinan gereja dan bisa menggantikan para Rasul Kristus. Sedangkan Brixen adalah kota tempat tinggal uskup dari satu dioses yang sangat luas, merupakan sebuah puast rohani yang penting dan telah menghasilkan professor yang masyhur.

Christoff Rudolf pertama kali menggunakan simbol akar untuk akar kuadrat. Beliau mengatakan bahwa akar disebut juga dengan istilah *Lato* yang berarti sisi tetapi terkadang juga diartikan sebagai akar ketika tidak diketahui panjang sisinya. Kemudian istilah tersebut digunakan untuk menentukan panjang sisi dan dari suatu bujur sangkar dan juga bilangan kuadrat yang disebut sebagai *Lato Cubico*. Christoff Rudolf menggunakan simbol R yang berarti *radix*.



Gambar 5.2: Awal mula simbol akar

Tanda akar tanpa tanda yang lain menunjukkan akar pangkat 2. Tanda ini diperkenalkan pada tahun 1220 oleh seorang bangsa Italia yang bernama Leonardo da Pisa. Tanda Rx merupakan kepanjangan dari kata *radix* yang berasal dari Bahasa latin yang berarti akar. Untuk bilangan – bilangan kuadrat yang kita cari akarnya akan dihasilkan bilangan yang mudah. Tetapi diluar bilangan itu akan dihasilkan suatu bilangan yang diberi nama bilangan maya atau bilangan irrasional.

Penulisan tanda akar pangkat 3 harus tepat di atas tanda akar. Christoff Rudolf merubah simbol radix (R) dengan cara membuat simbol akar pangkat dua dengan R.q. 2 dan menuliskan kubik untuk 2 dengan notasi R.c.2 (reduce cubica). Perubahan ini dilakukan karena simbol R mirip dengan simbol universal dan biasa digunakan dokter dalam menulis resep obat.

Penulisan simbol akar dengan menggunakan R.q atau R.c ternyata merepotkan dan sedikit rumit, sehingga dituliskan dengan bentuk r (huruf r kecil). Penulisan simbol huruf r kecil jika ditulis dengan tangan maka lama kelamaan huruf r kecil ini beragam, sehingga diberi bentuk baku seperti sekarang ini, yakni  $\sqrt{\quad}$  (akar). Simbol tersebut dipilih beliau karena mirip dengan huruf "r" yang diambil dari kata "radix".

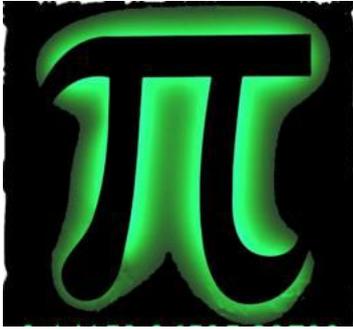
Berdasarkan uraian di atas, maka dibuatlah kesepakatan tentang simbol akar yang berupa:



Gambar 5.3: Simbol akar yang telah disepakati

## 5.2 Simbol Phi

Sejarah matematika mengatakan bahwa perbandingan keliling dan diameter lingkaran diungkapkan di dunia. Simbol phi berasal dari Yunani. Simbol phi dituliskan dalam bentuk  $\pi$  yang menyatakan beragam hal dalam sejarah matematika.



Gambar 5.4: Simbol Phi

William Jones (1675-1749) merupakan ilmuwan pertama yang memperkenalkan simbol phi pada tahun 1706. Kemudian Leonhard Euler (1707-1783) juga mempopulerkan simbol phi ini. Simbol phi ditemukan dilengkapi dengan makna perbandingan keliling pada diameter lingkaran, yakni 3.14159... sehingga nilai  $\pi$  pada lingkaran adalah 3.14 .



Gambar 5.5: William Jones

Pada zaman dulu William Jones tidak terlalu dikenal sebagai matematikawan, akan tetapi setelah korespondensinya bersama Newton sehingga beliau dikenal oleh para sejarawan, pada saat itu pula beliau dikenal dalam sejarah matematika. Beliau menjadi anggota the Royal Society (suatu perhimpunan ilmuwan ternama di Inggris) pada tahun 1711. Simbol phi ( $\pi$ ) telah digunakan dalam matematika sejak sebelum Jones. Para ilmuwan matematika yang telah menggunakan Simbol

ini adalah Willian Oughtred (1574 – 1660), Isaac Barrow (1630 – 1677), dan David Gregory (1661 – 1701).

Oughtred tahun 1647 dalam buku *Clavis Mathematicae* juga Barrow tahun 1664 menggunakan simbol  $\pi$  dalam perbandingan diameter terhadap lingkaran terhadap keliling lingkaran, yaitu dengan simbol  $\frac{\delta}{\pi}$ . Di sini terlihat penggunaan  $\delta$  yang merupakan huruf Yunani yang bersesuaian dengan huruf latin d. Sedangkan huruf  $\pi$  bersesuaian dengan dengan huruf p, dari kata “periphery” yang artinya keliling.

Sementara itu pada tahun 1697 Gregory menggunakan  $\pi$  untuk menyatakan perbandingan keliling dengan jari – jari lingkaran dalam bentuk  $\frac{\delta}{p}$ . Dan lagi – lagi terlihat bahwa penggunaan huruf  $\pi$  untuk menyatakan keliling.

Cajori mengatakan bahwa suatu simbol tunggal dapat digunakan untuk menyatakan perbandingan keliling terhadap diameter lingkaran yang dilakukan pertama kali oleh J. Christoph Sturm. J. Akan tetapi Christoph Sturm menggunakan  $e$  untuk menjelaskan perbandingan keliling terhadap diameter lingkaran, sehingga bukan menggunakan  $\pi$ .

Klaim dari Cajori tersebut bisa jadi salah karena pada masa peradaban Asia, India, Cina, Arab, Persia, dan Mesir sudah mengenal perbandingan keliling terhadap diameter lingkaran lebih dulu. Misalnya, Al-Kashi sudah menggunakan simbol tunggal yang berupa huruf arab, yakni “tho” untuk menyatakan bilangan 3,1415...

William Jones (1675-1749) adalah orang pertama yang menggunakan simbol tunggal  $\pi$  pada tahun 1706 dalam bukunya *Palmariorum Matheos*. Kemudian Leonhard Euler (1707-1783) menggunakan huruf  $P$  dalam sebuah karya “De summis serierum

reciprocatur". Begitulah pula dengan surat balasan dari Stirling kepada Euler juga memuat penggunaan huruf  $\pi$ .



Gambar 5.6: Leonhard Euler

Euler menyatakan bahwa  $\pi$  adalah keliling pada saat diameter lingkaran sama dengan satu atau dapat ditulis dalam bentuk 1:  $\pi$  yang terjadi pada tahun 1736. Hal ini dimuat dalam bukunya "Mechanica sive motus scientia analytice exposita". Kemudian pada tahun 1737 mulai menggunakan  $\pi=3.14159...$  dalam suatu korespondensi.

John Bernoulli mula – mula menggunakan huruf  $c$  pada tahun 1739 dalam suratnya kepada Euler, tetapi pada surat tahun 1740 ia mulai menggunakan huruf  $\pi$ . Kemudian pada tahun 1741,  $\pi$  sudah digunakan dalam *Mathematical Tables* oleh H. Sherwin. Kemudian pada tahun 1742, Nikolaus Bernoulli juga menggunakan  $\pi$  dalam suratnya kepada Euler. Akhirnya, Euler mempopulerkan penggunaan  $\pi$  secara luas setelah menuliskan dalam buku *Introductio in Analysin Infinitorum* tahun 1748 dan tulisan – tulisan berikutnya.

Kemudian setelah penerimaan Euler tentang lambang  $\pi$ , maka banyak orang juga menggunakan lambang tersebut hingga kini. Namun dalam masa – masa setelah Euler tetap saja ada satu atau dua orang yang pernah menggunakan lambang berbeda. Pada 1751 Segner menggunakan lambang yang lama, yakni  $\delta : \pi$ . Pada tahun 1828 seorang ilmuwan matematika bernama D. Lardner menggunakan lambang  $\pi$  untuk menyatakan pendekatan pada rasio keliling dan diameter lingkaran. Kemudian pada tahun

1782 Pietro Ferroni menggunakan lambang  $P$  yang mempunyai nilai 3.14159... dan lambang  $\Pi$  yang bernilai 6,283...

Lindeman merupakan matematikawan berasal dari Gottingen pada tahun 1870 yang menekuni geometri dan analisis. Beliau juga memberikan pembuktian kalau  $\pi$  (phi) adalah bilangan transendental membuat namanya dikenal oleh para matematikawan. Kontribusinya ini diawali dengan adanya pembuktian bilangan  $e$  sebagai bilangan transendental oleh Hermite pada tahun 1873. Karya Hermite yang dipublikasikan membuat Lindeman mendatangi Hermite dan berdiskusi tentang metode-metode yang digunakan untuk melakukan pembuktian. Penggunaan metode dari Hermite dapat membuat Lindeman sukses membuktikan bahwa  $\pi$  (phi) juga bilangan transendental.

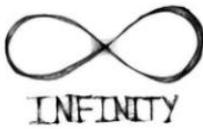
Lindeman menyebutkan bahwa luas suatu lingkaran adalah  $\pi$  dikali kuadrat jari-jari. Misal, terdapat suatu bujur sangkar yang mempunyai luas sama dengan luas lingkaran yang berjari-jari 1 dan  $\pi$ , sehingga sisi bujur sangkar itu adalah  $\sqrt{\pi}$ . Hal ini dibuktikan dengan  $\pi$  adalah bilangan transendental yang dapat digunakan untuk menggambar lingkaran dengan menggunakan penggaris dan jangka, yang merupakan problem sejak zaman Archimedes dengan luas yang sama pada suatu bujur sangkar. Kemudian Lambert (1761) telah membuktikan bahwa  $\pi$  adalah bilangan irasional tetapi belum dapat membuktikan bahwa tidak mungkin mengkuadratkan lingkaran dengan menggunakan penggaris dan jangka (Fathani, 2008). Phi adalah konstanta yang didefinisikan sebagai rasio keliling lingkaran terhadap diameternya. Umumnya, Phi dinyatakan dengan 3.14. Namun secara teori banyaknya angka desimal yang ada di belakang koma tidak terbatas.

### 5.3 Simbol Tak Hingga

Tidak semua orang memiliki pemahaman yang sama tentang simbol tak hingga dalam matematika. Sebagian orang mempunyai anggapan yang berbeda tentang simbol tak hingga, ada yang mempunyai anggapan bahwa simbol tak hingga berbentuk  $\infty$  akan tetapi ada juga yang beranggapan bahwa simbol tak hingga berbentuk  $\sim$ . Oleh karena itu perlu meluruskan

perbedaan tentang pemahaman simbol tak hingga, apakah simbol tak hingga berbentuk  $\infty$  atau  $\sim$ .

Awalnya simbol  $\sim$  bukan merupakan simbol tak hingga, tetapi simbol tersebut adalah suatu sebutan atau bacaan lain dari distribusi probabilitas yang juga dibaca tak hingga. Oleh karena itu, ada kemungkinan kalau simbol tak hingga berbentuk “ $\sim$ ” karena bacaannya sama dengan yang ada pada distribusi probabilitas. Akan tetapi jika kita melihat dalam daftar yang sudah terorganisir berdasarkan jenis simbolnya, maka dapat diketahui bahwa simbol tak hingga atau keterhinggaan berbentuk:



Gambar 5.7: Simbol tak hingga

Apabila kita berbicara tentang definisi, maka definisi dari simbol tak hingga adalah sebuah konsep abstrak yang dapat menggambarkan sesuatu hal tanpa adanya batas yang relevan dalam sejumlah bidang matematika. Simbol tak hingga (*infinity*) masuk ke dalam daftar simbol matematika yang telah diorganisir dalam kategori bilangan. Akan tetapi, beberapa orang beranggapan bahwa simbol tak hingga bukanlah benar-benar bilangan. Oleh karena itu, simbol tak hingga tidak berlaku seperti pada simbol bilangan biasa karena bilangan yang sering kita gunakan memiliki akhir tetapi kalau tak hingga tidak memiliki akhir. Terdapat orang yang mempunyai anggapan bahwa tak hingga adalah setiap bilangan selain 0 yang dibagi oleh 0 sehingga bernilai tak hingga.

Pendapat lain menyatakan bahwa tak hingga adalah bilangan yang lebih besar dari kemungkinan bilangan yang kita bayangkan. Definisi lain menyebutkan bahwa tak hingga dinotasikan/disimbolkan dengan  $\infty$  yang diperoleh dari Bahasa latin ‘infinitas’ yang mempunyai arti tak terbatas/unbounded atau sebuah konsep yang bukan termasuk bilangan atau angka yang dibayangkan oleh banyak orang. Oleh karena itu, simbol  $\infty$  merupakan sesuatu yang lebih besar dari bilangan manapun tetapi sesuatu itu bukan termasuk bilangan yang lebih besar dari

tak hingga. Misal,  $a < \infty, \forall a \in \mathbb{R}$  dan  $a \notin \mathbb{R}$  karena  $\infty$  bukan sebuah bilangan maka  $\infty$  tidak ganjil, tidak genap dan tidak prima. Carol Vorderman mendefinisikan tak hingga adalah tanpa bata ukuran atau jumlah, tidak terbatas, dan tidak ada akhirnya.

Penggunaan tak hingga hanya untuk bilangan yang tidak dapat dihitung besarnya atau dikatakan tak terbatas, bilangan ini bukan termasuk bilangan real. Oleh sebab itu digunakanlah simbol tak hingga ( $\infty$ ) sebagai tanda dari suatu nilai yang tak terhingga besarnya. Kita dapat mengetahui sejarah munculnya simbol tak hingga dari bangsa Yunani. Pada awalnya bangsa Yunani mengatakan bahwa munculnya infinity berasal dari ide Anaximander, yakni seorang filsuf Yunani Pra-Socrates yang tinggal di Miletus. Beliau memakai kata "apeiron" yang mempunyai arti tak terbatas atau tak berbatas. Akan tetapi, pembuktian pertama tentang infinity dilakukan oleh Zeno dari Elea, yakni filsuf Yunani pra-Socrates dari selatan Italia dan anggota Eleatic School yang didirikan oleh Parmenides.

Sedangkan di India, awal mula munculnya tak hingga berasal dari ilmuwan bernama Surya Prajnapti pada abad 3-4 SM. Beliau mengklasifikasikan bilangan menjadi tiga, yakni:

- a. Bisa dihitung, yang memuat: terendah, menengah, dan tertinggi
- b. Tidak terhingga atau tak terhingga, memuat: hampir tak terhingga, benar-benar bisa dihitung, dan tak terhingga banyaknya
- c. Tidak terbatas, memuat: hampir tak terbatas, yang tidak terbatas, dan tak terhingga/tak terbatas.

Berdasarkan hasil klasifikasi tersebut, maka tak terhingga bisa diterapkan pada dunia matematika, khususnya pada materi himpunan. Adapun penerapannya adalah sebagai berikut:

- a. Semua anggota dari himpunan tersebut dapat ditunjukkan satu persatu  
Misalnya:  
A adalah himpunan bilangan asli kurang dari tiga  
Kita dapat menulis himpunan tersebut dalam bentuk  
 $A = \{1, 2, 3\}$

- b. Semua anggotanya tidak dapat ditunjukkan satu persatu  
 Misalnya:  
 B adalah himpunan bilangan cacah  
 Kita dapat menuliskan himpunan bilangan cacah dalam bentuk  $B = \{0,1,2,3, \dots\}$
- c. Terbatas, semua yang memiliki batas atau tidak dapat dihitung  
 Misalnya:  $C = \{x | 1 < x \leq 4, x \in N\}$
- d. Tak terbatas merupakan semua yang tidak mempunyai batas atau tidak dapat dihitung  
 Misalnya:  $D = \{x | -\infty < x < \infty, x \in R\}$
- e. Terhingga merupakan semua bilangan yang tertinggi atau disebut juga dengan dapat dihitung  
 Misalnya:  
 E adalah himpunan bilangan bulat mulai 0 sampai dengan 6  
 Kita dapat menuliskan dalam bentuk  $E = \{0,1,2,3,4,5\}$
- f. Tak terhingga, merupakan semua bilangan yang tak terhingga atau tidak dapat dihitung  
 Misalnya:  
 F adalah himpunan bilangan genap  
 Kita dapat menuliskan dalam bentuk  $F = \{2,4,6,8\dots\}$

Para matematikawan Eropa mulai menggunakan penomoran yang tak terbatas secara sistematis pada abad ke-17. Ilmuwan matematika dari Eropa yang pertama kali menggunakan tak terbatas adalah John Wallis. Beliau adalah matematikawan pertama yang menggunakan simbol  $\infty$  untuk penomoran diatas. John Wallis juga menuliskan  $\frac{1}{0} = \infty$ .



Gambar 5.8: John Wallis

Awal abad ke-17 juga menjadi tahun bagi para ilmuwan matematika untuk menangani deret tak hingga. Ilmuwan bernama Rene Descartes telah berhasil menggunakan limit jumlah deret tak hingga untuk memecahkan kebuntuan tentang paradoks Zeno. Hal ini tidak jauh berbeda dengan pendapatnya Immanuel Kant yang mengatakan bahwa dunia terhingga akan sama kuat dengan dunia tak hingga. Oleh sebab itu, pendapatnya Kant ini dapat menggolongkan terhingga dan tak hingga sebagai 'sesuatu di dalam sesuatu itu sendiri' yang terletak di luar pemikiran manusia.

Pendapat dari Kant tersebut dapat diketahui bahwa ketaklingganaan yang belum dibahas dalam matematika perlu dibahas atau dipecahkan secara filsafat. Hal ini menyebabkan ketaklingganaan merupakan sesuatu hal yang belum dipahami oleh banyak orang. Adanya pembahasan tentang definisi dan sejarah simbol tak hingga menjadikan kita mempunyai wawasan yang luas tentang simbol tersebut. Awal mula munculnya bentuk tak hingga berasal dari varian Ouroboros klasik.



Berdasarkan gambar diatas dapat diketahui bahwa Ouroboros merupakan gambar ular melingkar satu kali untuk memakan ekornya. Gambar Ouroboros mengisyaratkan kepada kita tentang pembaharuan siklus hidup yang abadi dan tak terbatas. Konsep hidup yang abadi merupakan siklus kehidupan, kematian, dan kelahiran kembali yang mengarah pada keabadian. Adanya kehidupan manusia karena ada kelahiran, kemudian kematian, dan kelahiran manusia baru. Oleh karena itu, dari kata tak terbatas dapat memunculkan dugaan bahwa simbol tak hingga berasal dari varian Ouroboros klasik.

# **BAB 6**

## **BELAJAR SIMBOL MELALUI TEORI TIGA DUNIA MATEMATIKA**

Salah satu teori belajar yang terkait dengan simbol matematika adalah teori dari David Tall. Teori ini disebut dengan Teori Tiga Dunia Matematika. Adapun pembahasan tentang teori tiga dunia matematika adalah sebagai berikut:

### 6. 1 Sejarah David Tall

Nama asli dari David Tall adalah Davin Orme Tall yang lahir pada 15 Mei 1941. Beliau adalah seorang Profesor yang ahli dalam bidang berpikir matematis sehingga mempunyai julukan “Professor in Mathematical thinking” pada tahun 1992 di Universitas Warwick, United Kingdom. Selanjutnya pada tahun 2006 beliau mendapat gelar Profesor Emeritus. Gelar ini diberikan kepada kepada seorang Profesor yang telah memasuki masa purnabakti atau masa pensiun. Seluruh hidupnya dihabiskan dalam dunia bidang pendidikan matematika. Selama masa hidupnya didedikasikan untuk memahami perkembangan matematika dalam dunia pendidikan.



Gambar 6.1: David Tall

Beberapa tahun terakhir ini David Tall bekerja pada bidang matematika tentang ‘tiga cara operasi mendasar yang berbeda’. Ketiga cara tersebut adalah: pertama melalui perwujudan fisik, yakni termasuk tindakan fisik serta penggunaan indera visual dan lainnya. Kedua adalah penggunaan simbol matematika yang mempunyai kedudukan sebagai proses dan konsep (prosep) dalam aritmatika, aljabar, dan kalkulus simbolis. Ketiga adalah melalui matematika formal atau disebut juga dengan ‘*Advanced Mathematics Thinker*’, yakni berpikir matematis tingkat tinggi. Ketiga hal tersebut dikenal dengan istilah “Teori

Tiga Dunia Matematika” yang meliputi: dunia perwujudan (konseptual), dunia simbolik (proseptual), dan dunia formal (aksiomatik).

## 6. 2 Teori Tiga Dunia Matematika

Teori tiga dunia matematika menyebutkan bahwa Tall memakai istilah set-before untuk menunjukkan struktur mental manusia yang sudah ada sejak lahir agar dapat mematangkan otak otak manusia. Misalnya, struktur visual otak yang memiliki sistem built-in untuk mengidentifikasi warna dan corak agar dapat melihat perubahan corak, mengidentifikasi sisi, mengkoordinasikan sisi untuk melihat benda dan melacak gerakan manusia dalam membuat koneksi awal

David Tall juga memberikan pernyataan bahwa ada tiga set-before mendasar yang dapat menyebabkan seseorang melakukan berpikir matematis. Ketiga hal tersebut antara lain:

- a. Pengenalan pada pola matematika. Hal ini terkait persamaan dan perbedaan
- b. Terjadi pengulangan rangkaian tindakan hingga menjadi otomatis
- c. Bahasa yang dapat menggambarkan dan memperbaiki cara berpikir tentang suatu hal

Pengenalan terhadap pola merupakan fasilitas penting untuk mempelajari matematika, terutama pola yang berupa bentuk dan bilangan. Pengenalan dan pengulangan juga dapat kita temukan pada spesies lain, tentang kekuatan bahasa, serta penggunaan simbol yang dapat memungkinkan seseorang untuk memperbaiki makna yang terkandung di dalam simbol tersebut.

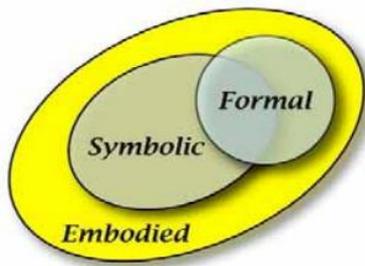
David Tall memberikan gambaran tentang cara berpikir dalam bentuk ‘teori tiga dunia matematika’ yang dikembangkan berdasarkan pengalamannya dalam dunia pendidikan matematika. Terdapat tiga tahapan penting dalam teori tiga dunia matematika, antara lain:

- a. Dunia perwujudan-konseptual (*conceptual-embodied world*). Dunia ini didasarkan pada persepsi dan refleksi yang terdapat di dalam sifat-sifat obyek. Pada awalnya dapat dirasakan dan

terlihat dalam dunia nyata akan tetapi setelah itu dibayangkan dalam pikiran.

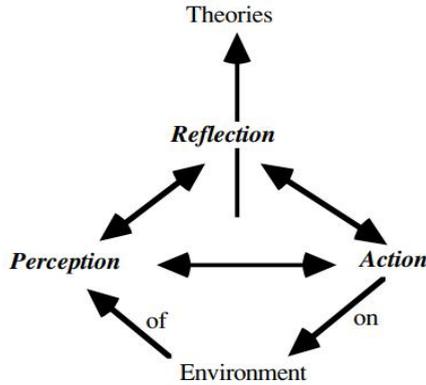
- b. Dunia simbolik-proseptual (*proceptual-symbolic world*). Dunia ini dapat tumbuh berdasarkan dunia perwujudan yang terjadi melalui tindakan kemudian disimbolkan sebagai suatu konsep yang masuk akal. Hal ini berfungsi sebagai proses untuk melakukan aktivitas mental terkait dengan konsep yang dipikirkan (prosep). Misalnya, siswa melakukan aktivitas berhitung yang direpresentasikan dalam bentuk angka.
- c. Dunia formal-aksiomatik (*formal-axiomatic world*). Dunia ini muncul berdasarkan kerangka teoritik dari suatu definisi konsep dan bukti matematis. Pada dunia ini dapat membalik urutan konstruksi makna dari definisi yang didasarkan pada obyek menuju konsep yang didasarkan pada set-teoritik sebuah definisi.

Setiap dunia pada teori tiga dunia matematika memiliki urutan pengembangan dan bentuk bukti sendiri agar dapat dipadukan sebagai cara berpikir matematis (Tall, 2008; Tall & Mejia-Ramos, 2010). Teori tiga dunia matematika dari David Tall dapat digambarkan dalam bentuk lingkaran yang berlapis tiga seperti pada gambar berikut:



Gambar 6.2: Teori tiga dunia

Manusia dapat mengembangkan interaksi dari dunia perwujudan ke dunia formal. Hal ini dapat terjadi karena adanya aksi yang mempengaruhi lingkungan, sehingga dapat memunculkan persepsi. Kemudian dari aksi dan persepsi dapat memunculkan refleksi untuk mendapatkan sebuah teori.

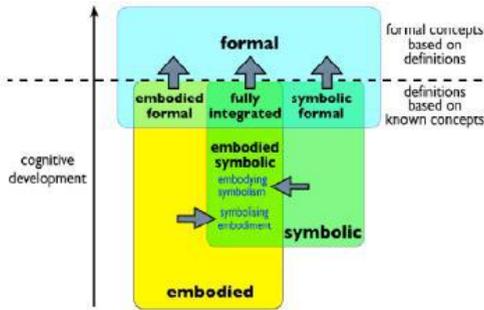


Gambar 6.3: Refleksi Terhadap Teori

Lakoff (1987) menyatakan bahwa semua pemikiran adalah perwujudan, tetapi secara lebih khusus adalah sebuah representasi sehingga pada dunia ‘perwujudan konseptual’ tidak hanya mengacu pada klaim yang lebih luas. Kita dapat melakukan secara konseptual tentang perwujudan geometris, misalnya segitiga yang terdiri dari tiga segmen garis lurus. Kita dapat memikirkan tentang bentuk segitiga kemudian menjadikan suatu segitiga khusus sebagai prototype untuk mewakili semua jenis segitiga.

Dunia yang kedua adalah ‘simbolik-proseptual’. Dunia ini mengacu pada penggunaan simbol-simbol matematika yang muncul dari skema aksi. Misalnya menghitung, aktivitas mental untuk menghitung tidak bisa lepas dari konsep bilangan. Contoh lain adalah simbol  $3+2$  atau  $\sqrt{b^2 - 4ac}$  untuk mewakili proses yang harus dilakukan sekaligus konsep yang dihasilkan dari proses tersebut.

Terakhir adalah dunia ‘formal aksiomatik’. Pada dunia ini mengacu dari formalisme Hilbert yang dapat membawa kita melewati operasi formal dari Piaget. Terdapat perbedaan utama dalam perwujudan dan simbolisme matematika dasar, yakni suatu definisi dapat muncul dari pengalaman tentang benda-benda yang mempunyai sifat menjabarkan atau menguraikan.

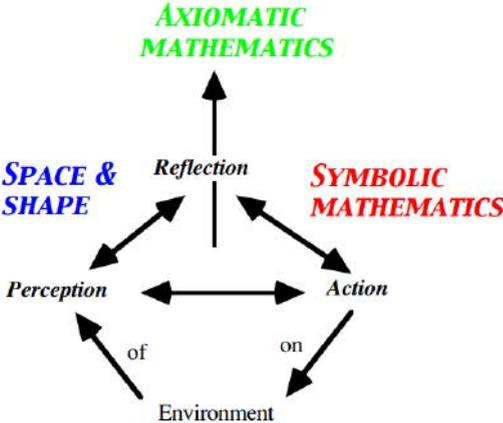


Gambar 6.4: perkembangan kognitif

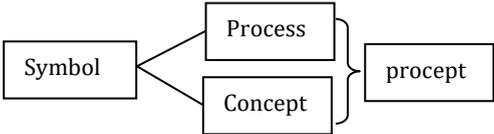
Matematika Pembelajaran matematika di tingkat sekolah dapat berkembang berdasarkan perwujudan konsepsi dari tindakan fisik siswa. Mereka bermain dengan bentuk, menempatkan pada koleksi, menunjuk dan menghitung, serta membagi dan mengukur. Ketika semua hal tersebut sudah dilakukan dan menjadi rutinitas, maka siswa dapat menyimbolkan sebagai bilangan yang dapat digunakan secara bersama dalam melakukan operasi atau aktivitas mental. Ketika fokus perhatian beralih dari perwujudan ke manipulasi simbol, maka pada saat inilah berpikir matematis berubah dari dunia perwujudan ke dunia simbolik (proseptual). Dari matematika sekolah, dunia perwujudan memberi arti khusus dalam berbagai konteks, sedangkan dunia simbolik dalam aritmatika dan aljabar memberikan penawaran pada dunia mental melalui berpikir komputasi atau daya komputasi. Sedangkan transisi ke dunia formal-aksiomatik didasarkan pengalaman pada saat melakukan perwujudan dan simbolik untuk membuktikan suatu teorema dengan menggunakan bukti matematis. Bukti formal yang dilengkapi dengan kesimpulan merupakan tahap akhir berpikir matematika (Tall, 2008)

Transisi Kemudian transisi ke dunia formal-aksiomatik formal didasarkan pada pengalaman perwujudan dan simbolisme ini untuk membuktikan teorema dengan menggunakan bukti matematis. Bukti formal yang tertulis dengan dilengkapi kesimpulan adalah tahap akhir berpikir matematika (Tall, 2008).

Suatu aksi dapat mempengaruhi lingkungan yang akhirnya akan mempengaruhi persepsi seseorang. Kemudian dari aksi dan persepsi tersebut memunculkan suatu refleksi yang berupa matematika aksiomatik berdasarkan simbol, ruang dan bentuk.



Gambar 6.5: Proses refleksi terhadap aksioma dalam matematika



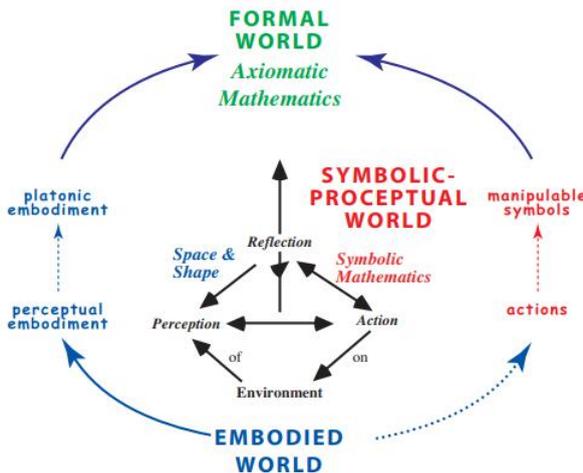
Gambar 6.6: sirkulasi simbol ke prosep

Dunia perwujudan merupakan langkah awal untuk dapat memunculkan aksi dan persepsi. Kemudian dari dunia perwujudan tersebut dapat dilakukan manipulasi simbol berdasarkan refleksi yang ada pada dunia simbolik. Jika semua itu sudah dimiliki, maka dapat membentuk dunia formal berdasarkan matematika aksiomatik yang sudah terbentuk sebelumnya.

Tabel 6.1: Penerapan Proses ke Konsep dengan Menggunakan Simbol.

Simbol	Proses	Konsep
$3 + 2$	Penambahan	Jumlah
$-3$	Pengurangan oleh 3	Negatif 3

$\frac{3}{4}$	Pembagian	Pecahan
$3 + 2x$	Penaksiran	Ekspresi
$v = \frac{s}{t}$	Rasio	Kecepatan
$y = f(t)$		Fungsi
$\frac{dy}{dx}$	Diferensiasi	Turunan
$\int f(x)dx$	Integrasi	Integral

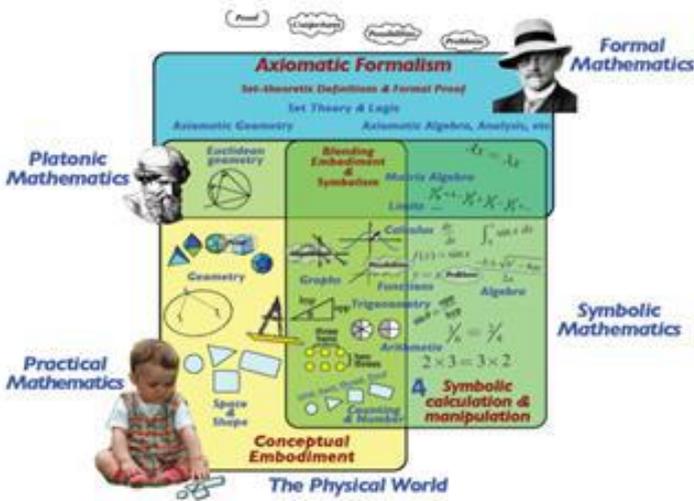


Gambar 6.7: sirkulasi terhadap tiga dunia matematika

Selanjutnya, masing – masing ‘dunia’ mempunyai caranya sendiri untuk membangun dalam pengalaman sehari – hari. Dunia perwujudan didasarkan pada sensor (organ) persepsi, tapi penerimaannya itu kemudian dianalisa, didiskripsikan, didefinisikan dan dikembangkan menjadi argument formal untuk memformulasikan kesimpulan jenis – jenis Geometri Euclide. Dunia simbol berganti dari fokus ke tindakan untuk meningkatkan prosedur sophistikasi (canggih) dan untuk mengonsep struktur aritmatika dan simbol umum pada aljabar. Pemikiran formal merupakan kebalikan dari pengalaman. Selanjutnya, menganalisa konsep yang ada untuk menentukan sifatnya. Hal ini dimulai

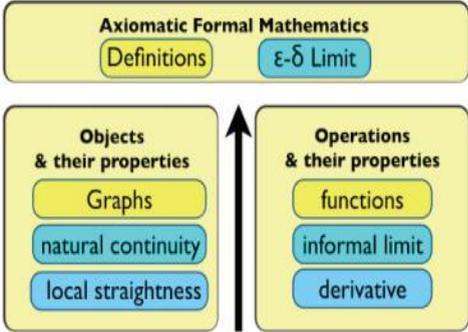
dengan memilih sifat -sifat sebagai aksioma dan menyusun sifat -sifat lain dari struktur pemikiran dunia formal.

Tingkat pemahaman dalam tiga dunia matematika tersebut dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 6.8: Terbentuknya Formal-Aksiomatik

Tall juga membuat kerangka untuk kalkulus dan matematika analisis, yakni:



Gambar 6.8: Penerapan Formal-Aksiomatik terhadap Fungsi Limit

Pada kerangka ini, grafik dan gagasan mendiami lereng konseptual yang diwujudkan dalam dunia benda dan sifat. Konsep fungsi dan turunan dalam dunia simbolisme proseptual. Kalkulus dasar berkembang sebagai campuran dari keduanya. Sementara itu, analisis matematis berada pada dunia aksiomatik formal yang melibatkan perubahan substansial dalam pengertian dari definisi formal termasuk definisi limit epsilon – delta. Sementara itu dunia matematika formal aksiomatik adalah sebuah lingkungan kerja untuk menyajikan definisi formal dan bukti formal. Hal itu merupakan lingkungan yang tidak cocok untuk kalkulus dasar yang lebih pada membangun secara alami tentang dunia perwujudan dan simbolisme (Tall, 2010).

Teori tentang David Tall ini merupakan teori tentang berpikir, sehingga termasuk dalam aliran kognitif. Salah satu kelemahan dari teori ini adalah jika suatu pembelajaran langsung dimulai melalui dunia formal, maka pemahaman siswa kurang terintegrasi. Suatu pembelajaran hendaknya dimulai dari dunia perwujudan, lalu dunia simbolik, kemudian dunia formal. Di setiap proses belajar, entah materi apapun, pasti ada kegiatan berpikir. Dengan demikian, teori ini mencakup semua proses berpikir untuk materi apa saja dalam matematika, karena teori ini adalah teori tentang proses berpikir yang khusus mengkaji tentang berpikir matematis. Berpikir itu terjadi dalam kognitif siswa, sehingga tidak nampak secara eksplisit. Hanya saja, proses berpikir dapat dilihat dari cara siswa mengerjakan sesuatu melalui representasi yang digunakan (Abdussakir, 2011).

### **6.3 Implikasi Teori Tiga Dunia Matematika dalam Pembelajaran**

Belajar dan berpikir merupakan dua hal yang tak terpisahkan. Belajar dapat diwujudkan dalam sebuah proses berpikir, dan belajar dapat membentuk daya pikir menjadi lebih maju dan berkualitas. Pada teori tiga dunia matematika ini dapat diimplementasikan dalam dunia pengajaran dengan cara pembentukan pengajaran dari guru secara bertahap berdasarkan pengenalan konsep, merepresentasikannya dalam bentuk simbol, sampai siswa mulai dikenalkan dengan definisi dan aksioma.

1. Penjumlahan bilangan bulat yang bersifat komutatif

Dunia perwujudan/konsep

Kita dapat melihat penambahan adalah komutatif dengan cara menyusun kembali 5 sebagai  $3+2$  atau  $2+3$

Dunia simbol

Seorang anak dapat menghitung 2 buah penjumlahan dengan cara memberikan jawaban yang sama

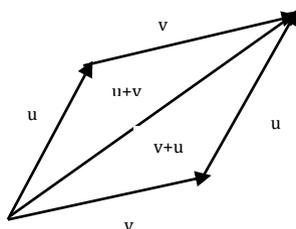
Dunia formal

Aksioma:  $x + y = y + x$

2. Penjumlahan vektor bersifat komutatif

Dunia perwujudan/konsep

Karena pada gambar kedua  $u$  dan  $v$  saling sejajar maka  $u+v=v+u$



Dunia simbol

Vektor dapat dituangkan dalam bentuk matriks. Sehingga vektor bersifat komutatif sesuai dengan sifat matriks. Penjumlahan matriks bersifat komutatif karena komponennya matriks yang berupa bilangan real bersifat komutatif

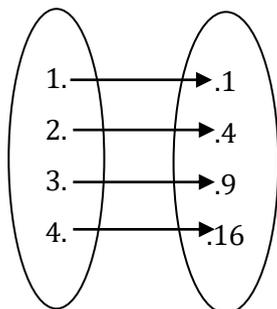
Dunia formal

Sepuluh aksioma dalam ruang vektor

3. Fungsi

Dunia perwujudan

Pengenalan pola awal mengenai fungsi di gambarkan melalui diagram panah



Dunia simbol

Setelah siswa mengerti konsep yang dimaksud pada diagram panah, siswa mengenal  $f(x)$  sebagai simbol yang menunjukkan pengulangan rangkaian. Berdasarkan gambar konsep, maka  $f(x) = x^2$

Dunia formal

Setelah itu, siswa mulai dikenalkan dengan definisi fungsi

$f: A \rightarrow B$  jika dan hanya jika

- Untuk setiap  $a$  di  $A$  ada  $b$  di  $B$  sehingga  $f(a) = b$
- $a, b$  di  $A$  dengan  $a = b$ , maka  $f(a) = f(b)$

Latihan:

1. Bagaimanakah jika teori tiga dunia matematika diterapkan pada materi persamaan dan fungsi kuadrat? Berikan penjelasan anda!
2. Bagaimanakah jika teori tiga dunia matematika diaplikasikan dalam konsep limit? Jelaskan!

# **BAB 7**

## **PENUTUP**

Membaca merupakan proses merekonstruksi makna melalui akal pikiran manusia. Sebuah simbol dalam matematika dapat berupa tanda, kata, atau notasi yang mempunyai makna. Awal mula munculnya simbol dalam matematika berasal dari Yunani dengan menggunakan logika dan aksioma untuk membuktikannya, sehingga matematika Yunani dapat dikatakan penalaran deduktif. Matematika Yunani membagi simbol menjadi dua bagian, yakni: *attic* dan *alphabetic*. System *attic* mulai muncul sekitar tahun 600 SM yang berupa simbol bilangan 1-10. Kemudian pada tahun 500 SM system *attic* digantikan dengan system *alphabetic* yang berupa simbol huruf berupa: alpha, beta, gamma dan lain-lain. Simbol dalam matematika bersifat sederhana, universal, abstrak, dan mempunyai makna deduktif. Suatu simbol dalam matematika sangat singkat tetapi dapat dipahami oleh ahli matematika diseluruh belahan dunia. Hal ini disebabkan simbol mempunyai makna yang dapat dipahami oleh setiap orang yang ahli dalam matematika.

Dalam dunia matematika terdapat kajian tentang aljabar yang menggunakan simbol-simbol Aljabar. Simbol aljabar ini ditemukan oleh matematikawan islam yang berasal dari Andalusia. Simbol aljabar dapat berupa variable  $x$ ,  $y$ , positif, negatif atau yang lainnya tetapi mempunyai makna sesuai dengan konteks yang sedang dikaji.

Simbol merupakan hal yang abstrak dalam matematika, sehingga perlu pembahasan tersendiri untuk bisa mempelajarinya. Salah satu teori belajar matematika yang terkait dengan simbol adalah teori tiga dunia matematika. Pada teori ini menjelaskan tentang 3 jenis dunia dalam matematika, yakni dunia perwujudan, dunia simbolik, dan dunia formal.

Dunia perwujudan merupakan langkah pertama agar dapat terjadi aksi dan persepsi. Setelah itu dilakukan manipulasi simbol berdasarkan hasil refleksi. Jika semua itu sudah terjadi maka dapat membentuk dunia formal berdasarkan matematika aksiomatik. Seorang manusia dapat mengembangkan interaksi dari dunia perwujudan ke dalam teori formal. Hal ini dapat terjadi melalui suatu aksi yang mempengaruhi lingkungan sehingga muncul persepsi. Kemudian dari aksi dan persepsi dapat muncul refleksi untuk mendapatkan sebuah teori.

Membaca merupakan awal pengenalan Bahasa tulis dengan tujuan untuk memperoleh suatu proses pengingat melalui apa yang dibaca. Seseorang dapat menggunakan simbol

matematika dengan baik jika seseorang itu mampu membaca, menulis, dan memahami makna dari simbol tersebut.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir. (2008). Pentingnya Matematika dalam Pemikiran Islam. Presented at the International Seminar "*The Role of Sciences and Technology in Islamic Civilization*"
- Abdussakir. (2011). *Transisi Berpikir dari Dunia Sekolah Menengah ke Perguruan Tinggi*.
- Dalman. (2014). *Keterampilan Membaca*. Jakarta: Raja Grafindo
- Fathani, A.H. (2008). *Ensiklopedi Matematika*. Jogjakarta: Ar-Ruzz Media Group
- Tall, D. (2008). *The Transition from Embodied Thought Experiment and Symbolic Manipulation to Formal Proof*. University of Warwick, United Kingdom
- Tall, D. (2010). *A Sensible Approach to the calculus*. University of Warwick. United Kingdom
- Tall, D. & Mejia-Ramos, J.P. (2010). *The Long-Term Cognitive Development of Different Types of Reasoning and proof*. University of Warwick, United Kingdom
- Tarigan, H.G. (2008). *Membaca sebagai Suatu Keterampilan Berbahasa*. Bandung: Angkasa.
- Wardani, L.K. (2010). *Seminar Jelajah Arsitektur Nusantara 101010*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember: Surabaya

## BIOGRAFI PENULIS



Siti Faizah lahir di Jombang pada 12 Maret 1990. Saya menempuh kuliah S1 Prodi Pendidikan Matematika di STKIP PGRI Jombang pada tahun 2008-2012, kemudian melanjutkan S2 dengan Prodi yang sama dengan S1 di Universitas Negeri Surabaya pada tahun 2013-2015. Saya melanjutkan kuliah S3 Prodi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Malang pada tahun 2017-2020. Saya berprofesi sebagai dosen di Prodi Pendidikan Matematika Universitas Hasyim Asy'ari pada tahun 2015 sampai sekarang.



Nama Arisni Kholifatu A.S., biasa dipanggil Nani. Saya lahir di Kab. Semarang pada tanggal 30 Januari 1991. Saya berkuliah S1-S2 Prodi Pendidikan Bahasa Indonesia di Universitas Negeri Surabaya, saat ini saya masih menempuh program doktor di jurusan dan universitas yang sama. Profesi saya adalah dosen dan telah mengabdikan sejak 2014-sekarang sebagai dosen Pendidikan Bahasa dan Sastra Indonesia di Fakultas Ilmu Pendidikan di Universitas Hsyim Asyári.



Nama Resdianto Permata Raharjo dapat dipanggil Resdi. Saya lahir di Surabaya pada tanggal 01 Oktober 1992. Saya berkuliah S1-S3 di Universitas Negeri Surabaya. Jurusan yang saya ambil linier, yaitu Pendidikan Bahasa dan Sastra Indonesia. Profesi saya saat ini adalah dosen di Universitas Hasyim Asy'ari yang terletak di Jombang. Saya telah mengabdikan selama 6 tahun sebagai dosen Pendidikan Bahasa dan Sastra Indonesia.



Rusli Ilham Fadli lahir di Jombang, 12 Desember 1989. Alamat Dusun Kejambon RT 09 RW 02 Desa Dapurkejambon Kecamatan Jombang Kabupaten Jombang. Saat ini menjadi Dosen Tetap di Program Studi Pendidikan Bahasa dan Sastra Indonesia Fakultas Ilmu Pendidikan Universitas Hasyim Asy'ari Tebuireng Jombang. Bisa dihubungi via email: [rusliilhamfadli@gmail.com](mailto:rusliilhamfadli@gmail.com) ponsel: 085648597656



Nama saya Maskhurin Fajarina. Mahasiswa biasanya memanggil saya Miss Ririn. Saya lahir di Jombang, 26 Juni 1987. Saat ini saya tinggal di Jombang Jawa Timur. Saya menempuh kuliah S1 di STAIN Kediri dan melanjutkan S2 di Universitas Islam Malang. Sejak tahun 2015 sampai sekarang, saya menjadi dosen Bahasa Inggris di Universitas Hasyim Asy'ari Tebuireng Jombang.

# Pentingnya Belajar Membaca Simbol Matematika



Buku ini mengkaji tentang awal mula munculnya simbol dalam matematika yang dimulai dari bangsa Yunani, Persia, sampai dengan ditemukannya simbol oleh matematikawan Islam bernama Al-Khawarizmi. Simbol merupakan unsur terpenting dalam matematika karena seseorang dapat memahami konsep dalam matematika jika orang tersebut memahami pula makna dari simbol yang ada didalamnya.

Setiap simbol dalam matematika mempunyai makna tertentu. Simbol dalam matematika tidak selalu berupa bilangan saja tetapi juga berupa tanda operasi atau variabel yang berupa huruf. Terdapat pula simbol yang tidak berupa huruf, misalkan simbol infinity atau tak hingga, simbol subset, simbol fungsi, dan lain-lain. Masing-masing simbol tersebut mempunyai makna dan cara membaca yang berbeda. Jika seseorang salah dalam membaca simbol maka akan terjadi kesalahan makna. Oleh karena itu diperlukan kemampuan belajar membaca simbol dalam matematika. Salah satu teori belajar matematika yang mengkaji tentang simbol adalah teori tiga dunia matematika. Pada teori ini membagi matematika menjadi 3 bagian, yakni dunia perwujudan, dunia simbol, dan dunia formal.

Penjelasan dari beberapa hal diatas tersaji secara lengkap dalam buku ini. Buku ini dapat dijadikan salah satu rujukan dari mata kuliah teori belajar matematika. Karena pada buku ini tidak hanya menyajikan tentang teori-teori saja tetapi dilengkapi dengan sejarah simbol, teori belajar matematika yang terkait dengan simbol, dan aplikasinya dalam pembelajaran matematika.



Penerbit

LPPM UNHAS Y Tebuireng Jombang

Gedung B Lt.1 Jl. Irian Jaya No. 55 Tebuireng,  
Jombang, 61471 - Indonesia.

Telp : (0321) 661719

Mail : [lppm.unhasy@gmail.com](mailto:lppm.unhasy@gmail.com) / [lppm@unhasy.ac.id](mailto:lppm@unhasy.ac.id)

<http://www.lppm.unhasy.ac.id>

ISBN 978-623-7872-31-3

