



PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika (KNM) XIX-2018

Tema

“Pengembangan Matematika dalam
Meningkatkan Daya Saing Bangsa”

Malang, 24–26 Juli 2018

ISBN: 978-623-94020-0-6

Prosiding
Konferensi Nasional Matematika (KNM) XIX-2018

dengan tema
“**Pengembangan Matematika dalam Meningkatkan Daya Saing Bangsa**”

Malang, 24-26 Juli 2018

Diterbitkan oleh
Himpunan Matematika Indonesia (IndoMS)
Perwakilan Surabaya

Diselenggarakan oleh



IndoMS



Jurusan Matematika
Universitas Brawijaya

ISBN: 978-623-94020-0-6

@ Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

Ukuran: 29,7 cm × 21 cm

Juli 2020

TIM REVIEWER DAN EDITOR

Prosiding

Konferensi Nasional Matematika (KNM) XIX-2018

dengan tema

“Pengembangan Matematika dalam Meningkatkan Daya Saing Bangsa”

TIM REVIEWER

Nur Shofianah, S.Si.,M.Si.,Ph.D.

Dra. Trisilowati, M.Sc.,Ph.D.

Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D.

Ummu Habibah, S.Si., M.Si., Ph.D.

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.

Dr. Isnani Darti, S.Si., M.Si.

Dr. Umu Sa’adah, M.Si.

Syaiful Anam, S.Si., MT., Ph.D.

TIM EDITOR

Indah Yanti, S.Si., M.Si.

Nurjannah, S.Si., M.Sc., Ph.D.

**Himpunan Matematika Indonesia (IndoMS)
Perwakilan Surabaya**

Alamat:

Departemen Matematika

Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains data

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Jl. Raya ITS, Keputih Sukolilo Surabaya

SUSUNAN PANITIA PELAKSANA KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XIX-2018

Pelindung:

Rektor Universitas Brawijaya

Pembina:

Para Wakil Rektor Universitas Brawijaya

Penanggung Jawab:

Dekan FMIPA UB

Wakil Dekan I FMIPA UB

Wakil Dekan II FMIPA UB

Wakil Dekan III FMIPA UB

Panitia Pengarah:

Presiden IndoMS (Dr. Intan Muchtadi)

Sekretaris IndoMS (Sisilia Sylviani, M.Si.)

Bendahara IndoMS (Dr. Ikha Magdalena)

Dr. Abadi (Gubernur IndoMS Wilayah Jawa Timur)

Dr. Fatmawati (Sekretaris IndoMS Wilayah Jawa Timur)

Wakil Presiden I Bidang Organisasi dan Kerjasama IndoMS (Prof. Dr. Syafrizal Sy)

Wakil Presiden II Bidang Penelitian dan Publikasi IndoMS (Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc.)

Wakil Presiden III Bidang Pendidikan dan Pengembangan IndoMS (Prof. Dr. St. Budi Waluya)

Ketua Jurusan Matematika UB (Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si, M.Si, Ph.D.)

Penasehat:

Prof. Dr. Agus Widodo, M.Kes.

Prof. Dr. Ir. Loekito Adi Soehono, M.Agr.

Prof. Dr. Ir. Waego Hadi Nugroho

Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, MS.

Prof. Dr. Ir. Henny Pramodyo, MS.

Dr. Ir. Maria Bernadetha Theresia Mitakda

Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc.

Prof. Dr. Marjono, M.Phil.

Panitia Pelaksana

Ketua Pelaksana : Syaiful Anam, S.Si, M.T., Ph.D.

Sekretaris : Indah Yanti, S.Si, M.Si.

Luthfatul Amaliana, S.Si., M.Si.

Bendahara : Kwardiniya Andawaningtyas, S.Si., M.Si.
Corina Karim, S.Si., M.Si., Ph.D.
Surakhman, S.AP., M.M.

Sie Kesekretariatan, Informasi dan Web

Koordinator

Darmanto, M.Si

Anggota

Dwi Mifta Mahanani, S.Si., M.Si.
Zuraidah Fitriah, S.Si., M.Si.
Mila Kurniawaty, S.Si., M.Si., Ph.D.
Agung Surya Mahendra, S.Si.
Riesky Ovta Hidayat, A.Md.
Widjianto

Sie Humas, Publikasi, Dokumentasi, dan Dana

Koordinator

Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si.

Anggota

Prof. Dr. Marjono, M.Phil.
Dr. Dra. Wuryansari Muharini Kusumawinahyu, M.Si.
Ir. Solimun, MS.
M. Muslikh, M.Si.
Dr. Ir. Atiek Iriany, MS.
Yogie Meru Kusuma, A.Md.
Karyadi Eka Putra, A.Md.
Tri Wahyu Basuki, S.E.
Djoema'ali, S.E.

Sie Ilmiah dan Prosiding

Koordinator

Nurjannah, S.Si, M.Sc, Ph.D.

Anggota

Nur Shofianah, S.Si., M.Si., Ph.D.
Trisilowati, M.Sc., Ph.D.
Ummu Habibah, S.Si., M.Si., Ph.D.
Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Dr. Isnani Darti, S.Si., M.Si.
Dr. Umu Sa'adah, M.Si.

Sie Acara dan Sidang

Koordinator

Dr. Noor Hidayat, M.Si.

Anggota

Dr. Ani Budi Astuti, M.Si.

Dr. Moch. Aruman Imron, M.Si.

Achmad Efendi, S.Si., M.Sc., Ph.D.

Dra. Endang Wahyu Handamari, M.Si.

Sa'adatul Fitri, S.Si., M.Sc.

Sie Konsumsi

Koordinator

Vira Hari Krisnawati, S.Si., M.Sc.

Anggota

Dra. Ari Andari, MS.

Ir. Heni Kusdarwati, MS.

Eni Sumarminingsih, S.Si., M.M.

Ririen Mujiastuti, S.E.

Pujiyanti, A.Md.

Muslikhah, S.E.

Sie Transportasi

Koordinator

Drs. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc, Ph.D.

Anggota

Drs. Imam Nurhadi Purwanto, M.T.

Drs. Marsudi, MS.

Samingun Handoyo, S.Si., M.Cs.

Ir. Mudjiono, MM.

Drs. Bambang Sugandi, M.Si.

Sukarman, S.H.

Syaiful Bakri

Sie Perlengkapan

Koordinator

Moh. Amin, S.E.

Anggota

Dr. Sobri Abusini, M.T.

Dr. Adji Achmad Rinaldo Fernandes, S.Si., M.Sc.

Mai Firman
Sahroni
Hadi Wiyono
Mohammad Romadhoni, A.Md.
Misno
Agung Kurniawan
Hasan Muhajir, S.T.
Heru Setiawan
Nurul Yakin
Suliono

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	iii
TIM REVIEWER DAN EDITOR	v
SUSUNAN PANITIA PELAKSANA KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XIX-2018	vii
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
ALJABAR	1
ANALISIS ENDOMORFISMA MODUL BEBAS	
Ikbal Fathul Haditia ¹ , Ni Wayan Switrayni, Qurratul Aini, I Gede Adhitya Wis- nu Wardhana	3
COLLISION ATTACK PADA SKEMA LIN ET AL.	
Zefriani Erza Dwita dan Susila Windarta	9
DEKOMPOSISI MODUL PROJEKTIF YANG DIBANGUN SECARA HINGGA ATAS GELANGGANG PEMBAGI ELEMENTER	
Eka Wulan R., Fransiskus Fran, Helmi	15
DESKRIPSI SPEKTRUM MODUL BEBAS ATAS DAERAH IDEAL UTAMA YANG DIBANGUN SECARA HINGGA TERHADAP SUATU BASIS YANG DIBE- RIKAN	
Rani S. Tarmidi, Afif Humam, Pudji Astuti	21
GRAF IDENTITAS DARI GRUP DIHEDRAL	
Ahmad Muhammad Muftirridha, Noor Hidayat	27
GRUP INVERSE TERKAIT MATRIKS LESLIE YANG STOKASTIK	
Teduh Wulandari Mas' oed, Agah D. Garnadi	33
HUBUNGAN ANTARA ORDER KRULL DAN ORDER ASANO	
Mu'amar Musa Nurwigantara dan Indah Emilia Wijayanti	41
MODUL TANPA TORSI	
Valentino Risali dan Indah Emilia Wijayanti	47
RG-KOMODUL BERSIH	
Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, dan Budi Surodjo	53
SIFAT IRISAN RADIKAL JACOBSON	
Puguh Wahyu Prasetyo	59
SIFAT-SIFAT MODUL \mathcal{W}-BEBAS	
Fitriani, Indah Emilia Wijayanti dan Budi Surodjo	65
SOLUSI PRIMITIF PERSAMAAN DIOPHANTINE $x^2 + 9y^2 = z^2$	
Shinta Irabyatul Rahman dan Noor Hidayat	71
STRUKTUR EIGEN PADA MATRIKS SISTEM MODEL GERAKAN BERJALAN ATAS ALJABAR MAKS-PLUS	
Lidya Christina Sugiarto, Siswanto, dan Sutanto	77

ESTIMASI PARAMETER MODEL TRANSMISI INFLUENZA DUA STRAIN Hilda Fahlena dan Nuning Nuraini	363
IDENTIFIKASI BATIK JOMBANGAN DITINJAU DARI SUDUT PANDANG GE- OMETRI Rizki Irfianti, Yunia Muflihah, Efi Oktafia dan Faridatul Masruroh	371
KENDALI OPTIMAL PADA MODEL MATEMATIKA SISTEM PENANGKAPAN IKAN OLEH NELAYAN LAMONGAN Nailul Izzati dan Imamatul Ummah	375
KONTROL OPTIMUM PADA SISTEM BILINIER DENGAN METODE SUCCES- SIVE Anita Kesuma Arum, Roberd Saragih dan Dewi Handayani	381
MENYUSUN FUNGSI LYAPUNOV MELALUI PENYELESAIAN SISTEM POLI- NOM DIMENSI POSITIF Wahyu Fistia Doctorina	387
METODE PREDIKTOR-KOREKTOR ADAM UNTUK MENYELESAIKAN PER- SAMAAN AIR DANGKAL PADA BIDANG MIRING Rifky Fauzi	395
METODE VOLUME HINGGA UNTUK MENENTUKAN HARGA OPSI EROPA Mey Lista Tauryawati, Farida Agustini W., Chairul Imron dan Endah Rokhmati MP	401
MODEL ARUS LALU LINTAS 1-D DENGAN KONGESTI Barry Mikhael Cavin	409
MODEL LESLIE-GOWER DENGAN EFEK ALLEE ADITIF: GANGGUAN PER- IODIK PADA PEMANENAN PROPOSIONAL TERHADAP PREDATOR Hasan S. Panigoro dan Emli Rahmi	419
MODEL MATEMATIKA MANGSA PEMANGSA PADA PENANGKAPAN IKAN YANG DIPENGARUHI OLEH PENYEBARAN RACUN Alvi Rahma Nur Azizah, Fania Rosellia dan Abadi	427
MODEL OPTIMISASI PENGENDALIAN PENYEBARAN RESISTENSI PASMO- DIUM SPP. TERHADAP OBAT ANTIMALARIA Yuniarta Basani dan Nuning Nuraini	433
OPTIMASI KEBUTUHAN GIZI PADA PENDERITA DIABETES MELITUS DE- NGAN 2 PERLAKUAN MENGGUNAKAN METODE BRANCH DAN BO- UND Dorteus L. Rahakbauw, Mozart W. Talakua dan Sintia M. Pattiwallapia	439
OPTIMUM COST PAKAN SAPI SIMANTRI BALI DENGAN METODE KARU- SH KHUN TUCKER(KKT) Ni Made Asih, D.A. Kakomore, G.K. Gandhiadi dan N.L.P. Suciptawati	447

KENDALI OPTIMAL PADA MODEL MATEMATIKA SISTEM PENANGKAPAN IKAN OLEH NELAYAN LAMONGAN

Nailul Izzati¹, Imamatul Ummah²

¹ Fakultas Teknik, Universitas Hasyim Asy'ari, Indonesia
email: nailulizzati@unhasy.ac.id

² Fakultas Teknik, Universitas Hasyim Asy'ari, Indonesia
email: imamatulummah@unhasy.ac.id

Abstrak. *Kemajuan teknologi pada alat tangkap ikan nelayan Lamongan memberikan dampak positif terhadap hasil tangkapan nelayan, sekaligus dampak negatif terhadap lingkungan dikarenakan adanya eksploitasi berlebihan terhadap populasi ikan. Untuk mencegah eksploitasi berlebihan, tahun 2015 Kementerian Kelautan dan Perikanan mengeluarkan peraturan tentang alat tangkap ikan. Namun, hal ini belum sepenuhnya terlaksana dikarenakan solusi yang diberikan oleh pemerintah dinilai merugikan nelayan secara sosial dan ekonomi. Oleh karena itu, diperlukan adanya solusi yang mampu menjaga populasi ikan, tanpa merugikan nelayan. Penelitian ini membahas konstruksi model matematika yang menggambarkan sistem penangkapan ikan oleh nelayan Lamongan yang mempertimbangkan adanya pengendalian. Formulasi masalah kendali optimal juga dibahas untuk mengetahui strategi penangkapan ikan yang optimal agar populasi ikan dan hasil tangkapan nelayan tetap optimal. Dalam penelitian ini digunakan Prinsip Maksimum Pontryagin untuk mengkarakteristikkan kendali optimal pada sistem penangkapan ikan dan toolbox DOTcypSB untuk simulasi numerik. Model matematika sistem penangkapan ikan dengan pengendalian disimulasikan dan dibandingkan dengan model tanpa pengendalian. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa penerapan pengendalian optimal pada model menghasilkan tangkapan ikan nelayan yang lebih tinggi dan fungsi objektif yang lebih tinggi.*

Kata Kunci: kendali optimal, Lamongan, model penangkapan ikan, Prinsip Maksimum Pontryagin

1 PENDAHULUAN

Beberapa dekade terakhir, nelayan Lamongan mengalami kemajuan teknologi alat tangkap ikan. Hal ini memberi dampak positif, yakni mampu menangkap ikan lebih banyak dan lebih cepat dibandingkan alat tradisional, sekaligus dampak negatif, yaitu mengakibatkan eksploitasi berlebihan terhadap populasi ikan. Pada tahun 2015, Kementerian Kelautan dan Perikanan mengeluarkan peraturan tentang larangan alat tangkap pukat hela dan pukat tarik

sebagai upaya pencegahan eksploitasi berlebihan, termasuk di dalamnya alat tangkap cantrang yang digunakan oleh mayoritas nelayan pesisir Lamongan, khususnya yang berlabuh di PPN Brondong. Namun hingga 2018, sebagian besar nelayan masih enggan mengganti alat tangkapnya dengan alat yang disarankan pemerintah karena merasa dirugikan secara sosial dan ekonomi [1, 2]. Oleh karena itu, diperlukan alternatif solusi yang tidak hanya mampu menjaga kelestarian sumber daya ikan, tapi juga mendukung perekonomian para nelayan.

Penelitian tentang pengendalian penangkapan ikan telah dilakukan dan masih terus dikembangkan. Di antaranya adalah pengendalian optimal untuk memaksimalkan pertumbuhan *prey* dan *predator* [3], penerapan pajak sebagai kendali pada penangkapan ikan [4], dan lain sebagainya. Mengacu pada model matematika sistem penangkapan ikan oleh nelayan Lamongan yang berlabuh di Pelabuhan Perikanan Nusantara Brondong [2], dalam penelitian ini dikonstruksi model matematika sistem penangkapan ikan yang mempertimbangkan adanya pengendalian. Formulasi masalah kendali optimal juga dibahas untuk mengetahui strategi penangkapan ikan yang optimal. Model matematika sistem penangkapan ikan dengan pengendalian disimulasikan dan dibandingkan dengan model tanpa pengendalian.

2 METODOLOGI

Tahap pertama yang dilakukan adalah konstruksi model dengan pengendalian. Tahap ini dilakukan dengan mempertimbangkan variabel kendali pada model matematika sistem penangkapan ikan oleh nelayan Lamongan [2]. Tahap kedua adalah formulasi masalah kendali optimal, meliputi konstruksi fungsi objektif yang digunakan. Masalah kendali optimal membahas tiga kasus. Kasus I menggunakan fungsi objektif yang bertujuan untuk memaksimalkan populasi ikan, tanpa mempertimbangkan keuntungan nelayan. Kasus II bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan nelayan, tanpa melindungi populasi ikan. Sedangkan kasus III bertujuan untuk mengoptimalkan populasi ikan sekaligus keuntungan nelayan. Pada tahap ketiga, yakni penyelesaian masalah kendali optimal, dicari karakteristik dari kendali optimal menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Pada tahap keempat, yaitu simulasi numerik, digunakan *toolbox* DOTcvpSB untuk mengetahui penyelesaian masalah kendali optimal. Sehingga kondisi akhir pada ketiga kasus dapat diketahui dan dibandingkan. Tahap terakhir, ditarik simpulan dari hasil dan pembahasan yang diperoleh.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Konstruksi Model dengan Pengendalian

Dengan mempertimbangkan tiga variabel kendali, yakni pembatasan penangkapan *prey* (u_1), *predator* tingkat I (u_2) dan *predator* tingkat II (u_3), pada model matematika sistem penangkapan ikan [2], diperoleh model dengan pengendalian yang dinyatakan oleh sistem persamaan (1).

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= rP \left(1 - \frac{P}{K} \right) - \alpha PQ - q_1 u_1 PE, \\ \frac{dQ}{dt} &= \alpha PQ - d_1 Q - \beta QR - q_2 u_2 QE, \\ \frac{dR}{dt} &= \beta QR - d_2 R - q_3 u_3 RE, \\ \frac{dE}{dt} &= \gamma [p(q_1 u_1 P + q_2 u_2 Q + q_3 u_3 R) - c] E. \end{aligned} \tag{1}$$

Variabel keadaan P, Q, R , adalah populasi *prey*, *predator* tingkat I, *predator* tingkat II, dan E adalah hasil tangkapan ikan. Parameter $r, K, \alpha, \beta, \gamma, d_1, d_2, q_1, q_2, q_3, p, c$, secara berurutan merepresentasikan laju kelahiran *prey*, *carrying capacity*, laju pemangsaan *prey* oleh *predator* tingkat I, laju pemangsaan *predator* tingkat I oleh *predator* tingkat II, *stiffness coefficient*, laju kematian alami *predator* I dan *predator* II, tingkat penangkapan *prey*, *predator* tingkat I, *predator* tingkat II, harga jual ikan, biaya operasional melaut.

3.2 Formulasi Masalah Kendali Optimal

Formulasi masalah kendali optimal menggunakan sistem persamaan (1) sebagai proses yang dikendalikan, dengan kendala fisis dari variabel keadaan dan variabel kendali

$$\begin{aligned} P, Q, R, E, r, K, p, c, \alpha, \beta, \gamma, \sigma, d_1, d_2, q_1, q_2, q_3 \geq 0, \\ 0 \leq u_1 \leq 1, 0 \leq u_2 \leq 1, 0 \leq u_3 \leq 1, \end{aligned} \tag{2}$$

dan fungsi objektif yang dinyatakan oleh persamaan (3) untuk kasus I, persamaan (4) untuk kasus II, dan persamaan (5) untuk kasus III.

$$\text{Kasus I : } \max J = \int_{t_0}^{t_f} P + Q + R dt \tag{3}$$

$$\text{Kasus II : } \max J = \int_{t_0}^{t_f} e^{-\sigma} [p(q_1 u_1 P + q_2 u_2 Q + q_3 u_3 R) - c] E dt \tag{4}$$

$$\text{Kasus III: } \max J = \int_{t_0}^{t_f} P + Q + R + e^{-\sigma} [p(q_1 u_1 P + q_2 u_2 Q + q_3 u_3 R) - c] E dt \tag{5}$$

3.3 Penyelesaian Masalah Kendali Optimal

Penerapan Prinsip Maksimum Pontryagin pada masalah kendali optimal yang dinyatakan oleh sistem (1)-(5) menghasilkan fungsi Hamiltonian dan kendali optimal berikut. Fungsi Hamiltonian dan kendali optimal untuk kasus I-III masing-masing dikarakteristikkan oleh persamaan (6), (7), dan (8).

$$\text{Kasus I : } H = P + Q + R + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3 + \lambda_4 f_4$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial u_1^*} &= (-\lambda_1 + \lambda_4 \gamma p) q_1 P E = 0, \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_4 \gamma p, \\ \frac{\partial H}{\partial u_2^*} &= (-\lambda_2 + \lambda_4 \gamma p) q_2 Q E = 0, \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_4 \gamma p, \\ \frac{\partial H}{\partial u_3^*} &= (-\lambda_3 + \lambda_4 \gamma p) q_3 R E = 0. \Rightarrow \lambda_3 = \lambda_4 \gamma p. \end{aligned} \tag{6}$$

Sehingga diperoleh $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 \gamma p$,

$$\text{Kasus II : } H = e^{-\sigma} [p(q_1 u_1 P + q_2 u_2 Q + q_3 u_3 R) - c] E + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3 + \lambda_4 f_4,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial u_1^*} &= (e^{-\sigma} p - \lambda_1 + \lambda_4 \gamma p) q_1 P E = 0 \Rightarrow \lambda_1 = (e^{-\sigma} + \lambda_4 \gamma) p, \\ \frac{\partial H}{\partial u_2^*} &= (e^{-\sigma} p - \lambda_2 + \lambda_4 \gamma p) q_2 Q E = 0 \Rightarrow \lambda_2 = (e^{-\sigma} + \lambda_4 \gamma) p, \end{aligned} \tag{7}$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_3} = (e^{-\sigma} p - \lambda_3 + \lambda_4 \gamma) q_3 RE = 0 \Rightarrow \lambda_3 = (e^{-\sigma} + \lambda_4 \gamma) p.$$

Sehingga diperoleh $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = (e^{-\sigma} + \lambda_4 \gamma) p$,

Kasus III:

$$H = P + Q + R + e^{-\sigma} [p(q_1 u_1 P + q_2 u_2 Q + q_3 u_3 R) - c] E + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3 + \lambda_4 f_4$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = (e^{-\sigma} p - \lambda_1 + \lambda_4 \gamma) q_1 PE = 0 \Rightarrow \lambda_1 = (e^{-\sigma} + \lambda_4 \gamma) p,$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = (e^{-\sigma} p - \lambda_2 + \lambda_4 \gamma) q_2 QE = 0 \Rightarrow \lambda_2 = (e^{-\sigma} + \lambda_4 \gamma) p,$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_3} = (e^{-\sigma} p - \lambda_3 + \lambda_4 \gamma) q_3 RE = 0 \Rightarrow \lambda_3 = (e^{-\sigma} + \lambda_4 \gamma) p. \tag{8}$$

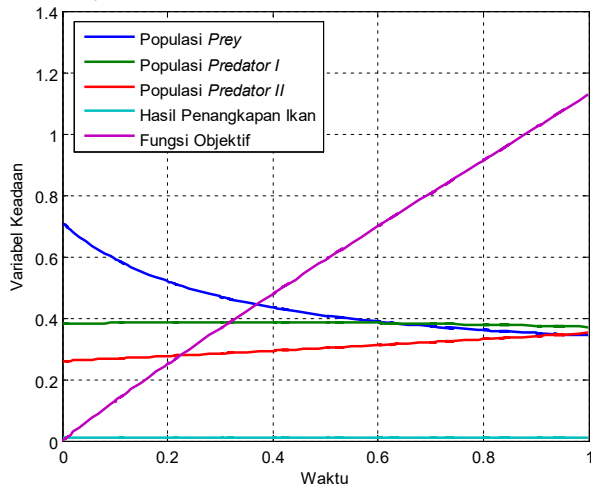
Sehingga diperoleh $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = (e^{-\sigma} + \lambda_4 \gamma) p$,

dengan f_1, f_2, f_3, f_4 adalah ruas kanan dari sistem persamaan (1). Kemudian, dengan *toolbox* DOTcvpSB dilakukan perhitungan secara numerik untuk mengetahui penyelesaian masalah kendali optimal yang dikarakteristikkan oleh persamaan (6)-(8).

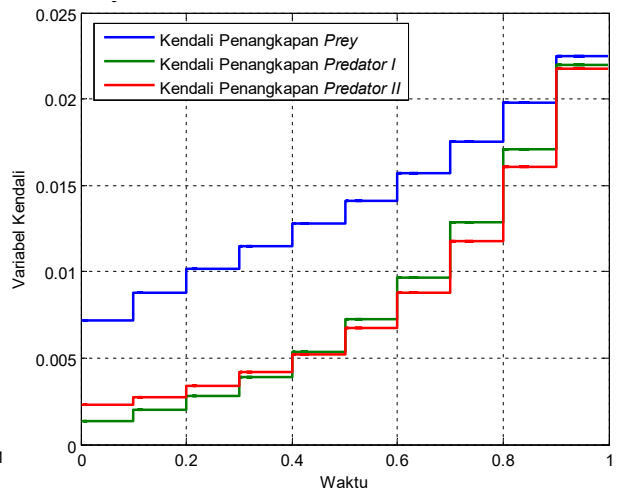
3.4 Simulasi Numerik

Nilai parameter-parameter yang digunakan adalah $r = 1.8, K = 0.34, d_1 = 0.002, d_2 = 0.005, \alpha = 0.5, \beta = 0.8, \gamma = 0.25, q_1 = 0.8, q_2 = 1.2, q_3 = 1.6, p = 13, c = 0.8, \sigma = 1.1$. Dengan kondisi awal $P_0 = 0.71, Q_0 = 0.38, R_0 = 0.26, E_0 = 0.01$, dan nilai fungsi objektif adalah nol. Melalui simulasi numerik, dapat diketahui nilai dari variabel keadaan pada waktu akhir untuk model tanpa adanya pengendalian. Saat waktu akhir $t = t_f$, diperoleh populasi *prey*, *predator* tingkat I, *predator* tingkat II sebanyak 0.3412, 0.3649, 0.3423, hasil tangkapan ikan sebanyak 0.06656, dan fungsi objektif bernilai 1.121 (untuk kasus I), 0.117 (untuk kasus II), 1.238 (untuk kasus III). Simulasi numerik untuk model tanpa pengendalian diperoleh dengan mengatur nilai kendali penangkapan *prey*, *predator* tingkat I, *predator* tingkat II sebagai konstanta $u_1 = u_2 = u_3 = 0.5$. $u_1 = u_2 = u_3 = 0.5$ bermakna batas penangkapan ikan yang diberlakukan adalah konstan bernilai 50% terhadap laju penangkapan ikan.

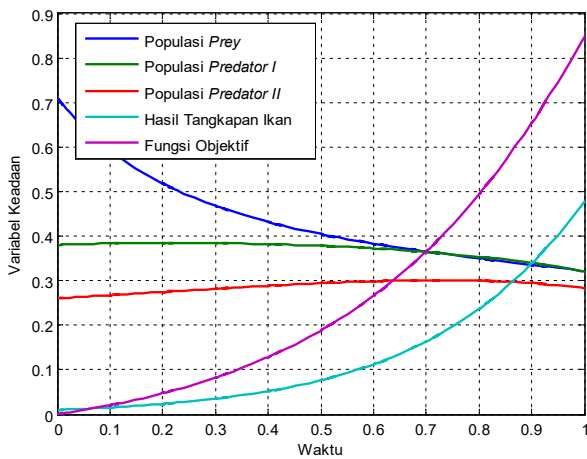
Hasil simulasi numerik untuk model dengan pengendalian disajikan oleh Gambar 1-6. Gambar 1-2 merupakan simulasi numerik untuk kasus I, Gambar 3-4 untuk kasus II, sedangkan Gambar 5-6 untuk kasus III. Gambar 1 memberikan trayektori variabel keadaan pada waktu akhir untuk model dengan pengendalian. Dengan adanya pengendalian, diperoleh nilai 0.3433187, 0.3708329, 0.3512646, hasil tangkapan ikan sebesar 0.008533607, dan fungsi objektif 1.127181. Gambar 1 diperoleh dengan mengatur kendali penangkapan *prey*, *predator* tingkat I, dan *predator* tingkat II yang optimal. Profil kendali optimal dari ketiga variabel kendali tersebut ditunjukkan pada Gambar 2. Dari Gambar 2, terlihat bahwa strategi penangkapan ikan yang optimal adalah meningkat seiring berjalannya waktu.



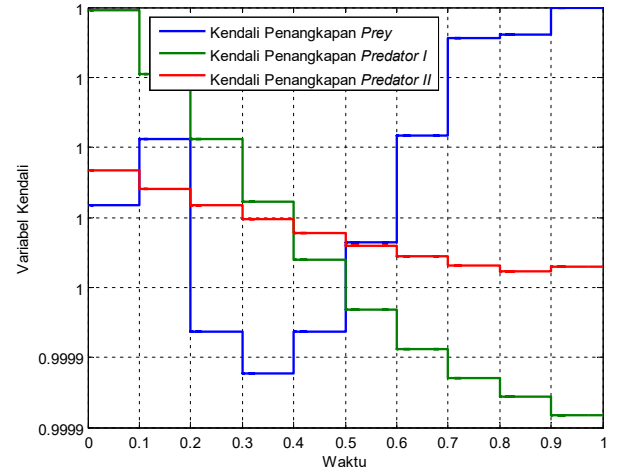
Gambar 1: Trayektori Keadaan Sistem dengan Optimasi Populasi Ikan.



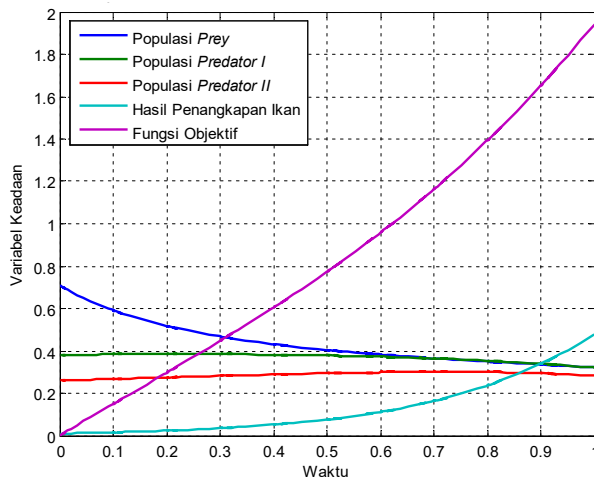
Gambar 2: Strategi Penangkapan Ikan untuk Mengoptimalkan Populasi Ikan.



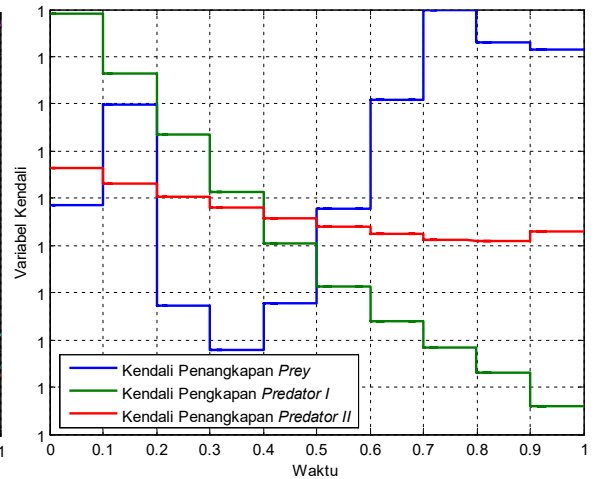
Gambar 3: Trayektori Keadaan Sistem dengan Optimasi Hasil Tangkapan Ikan.



Gambar 4: Strategi Penangkapan Ikan untuk Mengoptimalkan Hasil Tangkapan Ikan.



Gambar 5: Trayektori Keadaan Sistem dengan Optimasi Populasi Ikan dan Hasil Tangkapan.



Gambar 6: Strategi Penangkapan Ikan untuk Mengoptimalkan Populasi Ikan dan Hasil Tangkapan.

Serupa dengan kasus I, simulasi untuk kasus II dan III ditunjukkan oleh Gambar 3-4 dan Gambar 5-6. Strategi penangkapan ikan untuk kasus II dinyatakan oleh Gambar 4, sedangkan untuk kasus III dinyatakan oleh Gambar 6. Perbandingan nilai variabel keadaan pada kasus I,

II, dan III ditunjukkan oleh Tabel 1. Dari Tabel 1 terlihat bahwa jika fungsi objektif yang digunakan bertujuan untuk memaksimalkan populasi ikan (kasus I), maka populasi ikan meningkat namun hasil tangkapan ikan yang diperoleh menurun. Jika fungsi objektif yang digunakan bertujuan untuk memaksimalkan hasil tangkapan ikan (kasus II), maka hasil tangkapan ikan meningkat, namun populasi ikan menurun. Sedangkan jika fungsi objektif yang digunakan bertujuan untuk memaksimalkan populasi ikan dan hasil tangkapan nelayan (kasus III), maka populasi ikan dan hasil tangkapan meningkat. Hasil pengendalian optimal pada kasus II dan kasus III tidak jauh berbeda. Perbedaan yang terjadi adalah pada hasil tangkapan ikan dan fungsi objektifnya. Hal ini disinyalir terjadi karena secara analitik terlihat bahwa karakteristik kendali optimal untuk kasus II dan III adalah sama, yakni oleh persamaan (7) dan (8).

Nilai Variabel Keadaan saat $t = t_f$	Kasus I		Kasus II		Kasus III	
	Tanpa Kendali	Dengan Kendali	Tanpa Kendali	Dengan Kendali	Tanpa Kendali	Dengan Kendali
Populasi <i>prey</i>	3.412e-1	3.433e-1	3.412e-1	3.2159e-1	3.412e-1	3.2159e-1
Populasi <i>predator</i> I	3.649e-1	3.708e-1	3.649e-1	3.2111e-1	3.649e-1	3.2111e-1
Populasi <i>predator</i> II	3.423e-1	3.512e-1	3.423e-1	2.8313e-1	3.423e-1	2.8313e-1
Hasil Tangkapan Ikan	6.656e-2	8.533e-3	6.656e-2	4.7831e-1	6.656e-2	4.7833e-1
Fungsi Objektif	1.121e+0	1.127e+0	1.170e-1	8.4978e-1	1.238e+0	1.9421e+0

Tabel 1: Perbandingan Nilai Variabel-Variabel Keadaan Model dengan Pengendalian dan Tanpa Pengendalian

4 SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, dapat ditarik simpulan dari penelitian ini, yaitu:

- Model matematika sistem penangkapan ikan dengan pengendalian dapat dikonstruksi dengan mempertimbangkan variabel kendali berupa pembatasan penangkapan ikan.
- Masalah kendali optimal yang bertujuan mengoptimalkan hasil tangkapan nelayan dan masalah kendali optimal yang bertujuan mengoptimalkan populasi ikan sekaligus hasil tangkapan nelayan dicirikan oleh kendali optimal yang sama.
- Simulasi numerik dari masalah kendali optimal yang dikonstruksi berhasil menunjukkan bahwa adanya pengendalian mampu mengurangi eksploitasi berlebihan terhadap populasi ikan namun tetap mengoptimalkan hasil tangkapan ikan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. Sujatmiko, *Aturan menteri susi bisa membunuh nelayan lamongan*, dipetik 11 April 2017 dari Tempo Online: <https://m.tempo.co/read/news/2015/02/15/058642548/aturan-menteri-susi-bisa-membunuh-nelayan-lamongan>, 15 Februari 2015.
- [2] N. Izzati dan I. Ummah, *Konstruksi dan analisis dinamik model matematika sistem penangkapan ikan (studi kasus pelabuhan perikanan nusantara brondong)*. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, **15**, no.2, 2018.
- [3] N. C. Apreutesei, *An optimal control problem for a prey-predator system with a general functional response*. *Applied Mathematics Letters*, **22**, 1062-1065, 2009.
- [4] S.K. Bhatia, S. Chauhan dan A. Agarwal, *A stage-structured prey-predator fishery model in the presence of toxicity with taxation as a control parameter of harvesting effort*. *Journal Nonlinear Analysis and Application*, **2**, 83-104, 2017.