



UNIVERSITAS HASYIM ASY'ARI TEBUIRENG JOMBANG

PUSAT PELAYANAN JURNAL

Jl. Irian Jaya 55 TebuirengTromolPos IX JombangJatimTelp. (0321) 861719 (Hunting), 864206, 851396, 874685 Fax.874684

KETERANGAN PENGECEKAN PLAGIASI

Nomor : 1826/PPJ-UNHASY/III/2021

Nama : Nailul Izzati
NIY/NIDN/NIM : UHA.01.0738/0727018902
Program Studi : Teknik Elektro
Fakultas : Teknik
Universitas : Universitas Hasyim Asy'ari
Jenis : Artikel
Judul : Analisis Kestabilan dan Kendali Optimal pada Model Dinamika Modulasi Energi Cahaya dalam Fotosintesis Alga

Telah melalui proses pengecekan plagiasi Turnitin dan dinyatakan Lolos, dengan persentase kemiripan sebagai berikut :

BAB 1	
BAB 2	
BAB 3	
BAB 4	
BAB 5	
BAB 6	
Keseluruhan	18%

Demikian keterangan ini dibuat untuk memenuhi salah satu persyaratan Jabatan fungsional.

Jombang, 24/03/2021

Ketua Pusat Pelayanan Jurnal,



Muharrah Prihatin, M.Pd.

NIY. UHA.01. 0712



ANALISIS KESTABILAN DAN KENDALI OPTIMAL PADA MODEL DINAMIKA MODULASI ENERGI CAHAYA DALAM FOTOSINTESIS ALGA

Nailul Izzati

(Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Hasyim Asy'ari Tebuireng)
nellizz89@yahoo.com

Abstrak

Penelitian tentang alga sebagai sumber energi alternatif masih terus dikembangkan. Model dinamika modulasi energi cahaya dalam fotosintesis alga merupakan salah satu model pertumbuhan alga yang mempertimbangkan pengaruh intensitas cahaya terhadap produktivitas *Photosynthetic Unit* (PSU). Budidaya alga memerlukan biaya dan perawatan, sehingga diperlukan pengendalian agar diperoleh hasil budidaya yang optimal. Dalam penelitian ini dilakukan pengendalian intensitas cahaya terhadap model. Kemudian diambil kestabilan dari titik kesetimbangan model, serta keterkontrolan dan keteramatan model. Prinsip minimum Pontryagin digunakan untuk menyelesaikan masalah kendali optimal pada model. Selanjutnya dilakukan simulasi numerik dengan DOTevpSB. Hasil analisa menunjukkan bahwa titik kesetimbangan model bersifat stabil bersyarat, dan model bersifat terkontrol serta teramatan. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa model dengan pengendalian intensitas cahaya menghasilkan PSU dalam keadaan tidak aktif yang lebih sedikit dan membutuhkan energi yang lebih rendah daripada model tanpa pengendalian.

Kata Kunci: alga, analisis kestabilan, kendali optimal, prinsip minimum Pontryagin, *Photosynthetic Unit* (PSU).

Abstract

The study about algae as an alternative energy source have been developing. The dynamic modulation of light energy model is one of algae growth model that considering the effect of light intensity to Photosynthetic Unit (PSU) productivity. Algae cultivation requires cost and maintenance, thus we need some control methods, in order to obtaining optimal harvest. This study discusses light intensity control in algae growth model. Stability, controllability, and observability analysis of the model are also discussed in this study. Pontryagin minimum principle is used to solve optimal control problem on the model. Then it simulated by DOTevpSB. Analytical results show that the equilibrium point of the model is conditional stable, and the model is controllable and observable. The numerical simulation shows that the model with light intensity control yields less inactive PSU and needs less energy than the model without light intensity control.

Keywords: algae, optimal control, Pontryagin minimum principle, Photosynthetic Unit (PSU), stability analysis.

PENDAHULUAN

Kebutuhan manusia akan sumber energi alternatif semakin meningkat seiring dengan semakin menipisnya sumber energi fosil. Mulai beberapa dekade terakhir, para ilmuwan terus mengembangkan sumber daya energi alternatif. Salah satu sumber energi alternatif yang dikembangkan adalah alga. Alga dibudidayakan untuk kemudian dimanfaatkan biomassa dan minyaknya. Biomassa dan minyak dari alga kemudian diolah menjadi biodiesel.

Berbagai model matematika dibangun untuk menggambarkan pertumbuhan alga. Eilers dan Peeters (1988:199; 1993:113) menggunakan model matematika untuk menggambarkan hubungan intensitas cahaya terhadap fotosintesis dan fotoinkhibisi pada pertumbuhan fitoplankton. Dalam model Eilers-Peeters, dibahas

pengaruh intensitas cahaya terhadap transisi keadaan *Photosynthetic Factories* (PSF). Terdapat tiga keadaan PSF yaitu keadaan istirahat, keadaan aktif, dan keadaan terhambat. PSF berada dalam keadaan istirahat jika sel alga meangkap intensitas cahaya yang terlalu sedikit. PSF yang berada dalam keadaan istirahat, dapat menjadi aktif sewaktu-waktu. PSF menjadi aktif jika memperoleh intensitas cahaya yang sesuai dengan kebutuhannya untuk bertumbuh. Sedangkan jika PSF menangkap intensitas cahaya yang terlalu banyak, maka PSF berada dalam keadaan terhambat (Natha dan Alopaeus, 2013: 559).

Model Eilers-Peeters kemudian digunakan oleh Wu dan Merchant (2001:3527) serta Marshall dan Huang (2010:3865) untuk melakukan penelitian tentang pertumbuhan alga dalam bioreaktor dengan pembatasan cahaya. Dalam penelitian Wu dan Merchant dicantumkan konstanta transisi PSF. Sedangkan dalam penelitian

Dalam penelitian ini, dilakukan pengendalian dalam model dinamika modulasi energi cahaya dalam fotosintesis alga serta analisa kestabilan, keterkontrolan dan keteramatatan model. Selanjutnya dibahas mengenai masalah kendali optimal serta penyelesaiannya. Kemudian simulasi numerik dilakukan untuk mengetahui perbedaan antara model dinamika modulasi energi cahaya dalam fotosintesis alga sebelum dan sesudah dilakukan pengendalian.

METODE

Pada bagian ini dibahas tentang metode yang digunakan dalam penelitian ini. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah: (1) menentukan variabel kendali pada model untuk membangun model matematika dinamika modulasi energi cahaya dalam fotosintesis alga dengan pengendalian; (2) menganalisa kestabilan titik kesetimbangan dari model dengan pengendalian. Analisa kestabilan dilakukan dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz; (3) mengecek matriks keterkontrolan dan keteramatatan dari model dengan pengendalian; (4) membangun fungsi tujuan dalam masalah kendali optimal pada model; (4) menyelesaikan masalah kendali optimal dengan menggunakan prinsip minimum Pontryagin; (5) melakukan simulasi numerik dari pada model dengan kendali optimal dengan menggunakan toolbox DOTcvpSB.

Kriteria Routh-Hurwitz

Misalkan persamaan karakteristik suatu sistem dinyatakan oleh polinomial

$$a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_n = 0$$

Sifat kestabilan titik kesetimbangan sistem tersebut dapat diketahui dengan menyusun tabel kriteria Routh-Hurwitz berikut ini.

z^n	a_0	a_1	a_2	\dots	← baris pertama
z^{n-1}	a_2	a_1	a_0	\dots	← baris kedua
z^{n-2}	b_1	b_2	b_3	\dots	
z^{n-3}	c_1	c_2	c_3	\dots	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
z^2	d_1	d_2	0		
z^1	e_1	e_2	0		
z^0	f_1	0			
\uparrow					

kotak-pertama

Dengan

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}, \quad b_2 = \frac{a_1 a_3 - a_0 a_4}{a_1}, \quad b_3 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}, \\ c_1 &= \frac{b_1 a_5 - a_1 b_2}{b_1}, \quad c_2 = \frac{b_1 a_6 - a_1 b_3}{b_1}, \quad c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}, \end{aligned}$$

$$f_1 = \frac{e_1 d_2 - d_1 e_2}{e_1},$$

dan seterusnya.

Titik kesetimbangan sistem bersifat stabil jika tidak terdapat perubahan tanda pada kolom pertama tabel kriteria Routh-Hurwitz. (Braswell dan Boyce, 2011:382; Robandi, 2009:107).

Keteramatatan dan Keterkontrolan

Pengetahuan tentang keteramatatan dan keterkontrolan suatu sistem perlu dilakukan sebelum melakukan pengendalian. Suatu sistem

$$S(t) = Ad(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

disebut terkontrol jika rank dari matriks keterkontrolan M_c sama dengan matriks A , dan disebut teramat jika rank dari matriks keteramat M_a sama dengan matriks A , dengan

$$M_c = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

dan

$$M_a = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{Hsu, 1995:405; Robandi, 2009:95}).$$

Prinsip Minimum Pontryagin

Masalah kendali optimal sendiri dari tiga komponen utama, yaitu model matematika, fungsi tujuan, dan syarat batas serta kendala dari variabel state/kendali.

Misalkan model matematika diberikan oleh

$$x(t) = f(x(t), u(t), t),$$

dan fungsi tujuannya dinyatakan oleh

$$J = S(x(t_f), t_f) + \int_0^{t_f} \phi(x(t), u(t), t) dt,$$

dengan syarat batas

$$x(t_0) = x_0, \quad \text{dan } x(t_f) = x_f,$$

dan kendala fisik

$$U_- \leq u(t) \leq U_+, \quad \text{dan } X_- \leq x(t) \leq X_+.$$

Untuk menyelesaikan masalah kendali optimal dengan prinsip minimum Pontryagin, diperlukan langkah-langkah berikut ini (Naidu, 2004:69):

- Bentuk fungsi Hamiltonian

$$H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = \phi(x(t), u(t), t) + \lambda(t) f(x(t), u(t), t)$$

- Temukan kendali optimal $u^*(t) = h(x^*(t), \lambda^*(t), t)$ dengan meminimumkan H terhadap $u(t)$.

$$\left(\frac{\partial H}{\partial u} \right)_s = 0$$

- 3) Substitusikan kendali optimal $u^*(t)$ ke dalam fungsi Hamiltonian, sehingga diperoleh Hamiltonian optimal.

$$H^*(x^*(t), b(x^*(t), \lambda^*(t), t))$$

- 4) Setesukun persamaan diferensial state dan costate

$$\dot{x}^*(t) = \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda} \right)_s \text{ dan } \dot{\lambda}^*(t) = - \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_s$$

dengan syarat awal dan akhir

$$(H + \frac{\partial S}{\partial t})_s \cdot \dot{\lambda}_f + \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_s - \dot{x}(t) \right) \cdot \partial \lambda_f = 0$$

DOTcvpSB

DOTcvpSB adalah suatu toolbox pada MATLAB yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah kendali optimal secara numerik. Fokus toolbox DOTcvpSB adalah pada masalah-masalah sistem biologi. Untuk menyelesaikan masalah kendali optimal dengan toolbox ini, perlu didefinisikan persamaan diferensial biasa, yang mendeskripsikan sistem, fungsi tujuan, masalah waktu awal dan akhir, kendala-kendala dari variabel, dan syarat awal dan akhir. Toolbox ini juga dapat digunakan untuk menunjukkan dinamika sistem tanpa optimasi (Hirmajer dkk., 2009:199).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Dinamika Modulasi Energi Cahaya dalam Fotosintesis Alga dengan Pengendalian

Pada model matematika dinamika modulasi energi cahaya dalam fotosintesis alga, faktor lingkungan atau eksternal yang mempengaruhi pertumbuhan alga adalah intensitas cahaya I , sehingga dapat dikatakan bahwa intensitas cahaya mempunyai peran besar pada sistem yang dinyatakan oleh persamaan (1)-(4). Dengan mengatur intensitas cahaya sedemikian rupa akan diperoleh variabel keadaan-variabel keadaan yang optimal pada sistem, yakni PSU yang dalam keadaan terbuka (S_O), PSU yang dalam keadaan tertutup dan linear (S_L), PSU yang dalam keadaan tertutup dan siklik (S_C) dan PSU yang dalam keadaan tidak aktif (S_I) yang optimal. Dengan demikian, dapat diasumsikan bahwa intensitas cahaya dapat diatur dengan memberikan variabel kendali pada sistem. Misalkan variabel kendali pada sistem dinotasikan sebagai u , yaitu faktor yang mempengaruhi besar kecilnya intensitas cahaya yang diberikan, maka model matematika pertumbuhan alga dalam pemaksaan cahaya dengan pengendalian dapat dinyatakan oleh persamaan (5)-(8).

$$\frac{dS_O}{dt} = -u(j_{UL} + j_{LC})S_O + k_O S_L + k_C S_C + k_IS_I \quad (5)$$

$$\frac{dS_L}{dt} = u(j_{UL}S_O - uj_{UL}S_L - k_L S_L, \quad (6)$$

$$\frac{dS_C}{dt} = u(j_{LC}S_O - k_C S_C, \quad (7)$$

$$\frac{dS_I}{dt} = u(j_{UL}S_L - k_I S_I, \quad (8)$$

Dengan kendala $0 < u \leq U$. Artinya, intensitas cahaya dapat diperkecil sampai dengan hampir 0 dan dapat diperbesar sampai dengan U kali I . Dengan U merupakan nilai variabel kendali maksimal

Dengan mengasumsikan bahwa yang diamati dalam sistem adalah PSU yang sedang dalam keadaan tertutup, yakni S_L dan S_C , serta PSU yang dalam keadaan tidak aktif S_I , maka matriks keluaran dari sistem (4)-(6) dapat dinyatakan oleh $C = [0 \ 1 \ 1 \ 1]$. Dengan demikian sistem (5)-(8) beserta kelaianannya, dapat direpresentasikan dalam bentuk state space (9)-(11).

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (9)$$

$$y = Cx, \quad (10)$$

dengan

$$x = \begin{bmatrix} S_O \\ S_L \\ S_C \\ S_I \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -u(j_{UL} + j_{LC}) & k_L & k_C & k_I \\ uj_{UL} & -uj_{UL} - k_L & 0 & 0 \\ uj_{LC} & 0 & -k_C & 0 \\ 0 & uj_{UL} & 0 & -k_I \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$B = \begin{bmatrix} -j_{UL} - j_{LC} \\ j_{UL}S_O - j_{UL}S_L \\ j_{LC}S_O \\ j_{UL}S_L \end{bmatrix}, C = [0 \ 1 \ 1 \ 1]$$

Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan

Pada bagian ini, dianalisis titik kesetimbangan sistem (5)-(8) untuk mengetahui perilaku solusi sistem. Titik kesetimbangan sistem adalah

$$E = \left(x - \frac{uj_{UL}}{k_L + uj_{UL}} \right)^2 + \frac{uj_{UL}}{k_C} x + \frac{u^2 j_{UL} j_{LC}}{k_L (k_L + uj_{UL})} x^2,$$

dengan $x = S_O$.

Persamaan karakteristik dari sistem (5)-(8) adalah

$$uj_{UL}^2 + uj_{UL}^3 + uj_{UL}^2 + uj_{UL} + uj_{UL} = 0, \quad (12)$$

dengan

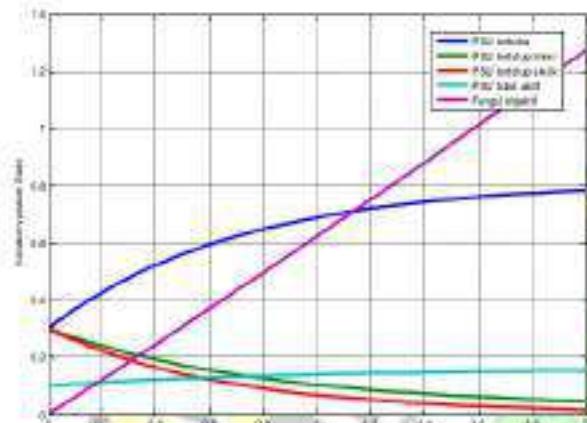
$$u_0 = 1,$$

$$c_1 = u(j_{UL} + j_{LC} + j_{UL}) + k_L + k_C + k_R,$$

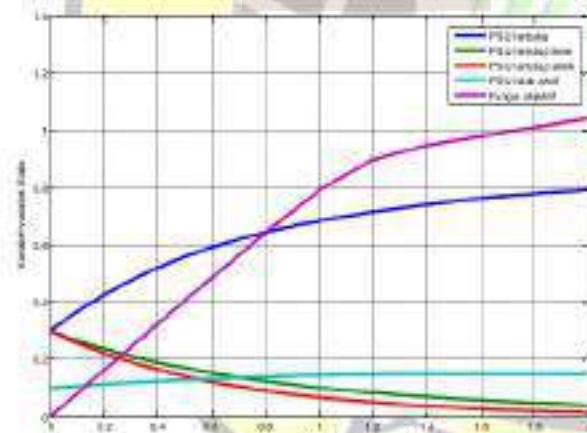
$$c_2 = u(j_{UL} + j_{LC})[uj_{UL} + k_L + k_C + k_R] + (uj_{UL} + k_L)(k_C + k_R) + k_C k_R - u k_L j_{UL} - u k_C j_{LC},$$

$$c_3 = u(j_{UL} + j_{LC})[(uj_{UL} + k_L)(k_C + k_R) + k_C k_R] + (uj_{UL} + k_L)k_C k_R - u k_L j_{UL}(k_C + k_R) - u k_C j_{LC}(uj_{UL} + k_L + k_R) - u^2 k_R j_{UL} j_{LC}.$$

yang ditunjukkan oleh Gambar 4, diperoleh nilai akhir dari fraksi-faksi PSU $S_O(t_f) = 0.79302020$, $S_L(t_f) = 0.04044728$, $S_C(t_f) = 0.01530212$, dan $S_I(t_f) = 0.1511404$, dengan fungsi objektif bernilai 1.042236.



Gambar 5 Solusi Numerik Pertumbuhan Alga Tanpa Pengendalian Intensitas Cahaya



Gambar 4 Solusi Numerik Pertumbuhan Alga dengan Pengendalian Intensitas Cahaya

Dari perbandingan grafik pada Gambar 3 dan Gambar 4 diketahui bahwa dengan adanya pengendalian, fraksi PSU terbuka mengalami peningkatan, sedangkan fraksi PSU yang melalui LFF dan CEF, fraksi PSU tidak aktif serta fungsi objektif mengalami penurunan. Dengan kata lain, adanya pengendalian pada model pertumbuhan mikroalga mengakibatkan jumlah PSU yang dalam keadaan aktif meningkat, sedangkan jumlah PSU dalam keadaan tidak aktif menurun. Hal ini disebabkan oleh optimasi yang dilakukan pada model berusaha untuk

mencegah PSU berada dalam keadaan tidak aktif dengan energi yang seminimal mungkin. Artinya, hasil pemanfaatan energi yang dibutuhkan untuk budidaya mikroalga dengan pengendalian lebih optimal dibandingkan tanpa pengendalian.

Simulasi numerik dilakukan beberapa kali dengan kondisi awal yang berbeda. Hasil simulasi numerik tersebut disajikan dalam Tabel 2. Dari Tabel 2 terlihat bahwa dengan adanya pengendalian, perambahan mikroalga mengalami peningkatan jumlah PSU terbuka, dan penurunan jumlah PSU tertutup, PSU tidak aktif, dan fungsi objektif.

Tabel 2. Perbandingan Nilai-Nilai Variabel State pada Model Pertumbuhan Alga dengan Pengendalian dan Tanpa Pengendalian

Kondisi	Nilai Awal	Nilai Akhir	
		Tanpa Kendali	Dengan Kendali
I	$S_O = 0.4$	$S_O = 0.5519$	$S_O = 0.5516671$
	$S_L = 0.1$	$S_L = 0.02219$	$S_L = 0.01578381$
	$S_C = 0.1$	$S_C = 0.00593$	$S_C = 0.005205151$
	$S_I = 0.4$	$S_I = 0.4198$	$S_I = 0.4173441$
	Fungsi Objektif = 9	Fungsi Objektif = 1.425	Fungsi Objektif = 1.51889
	$S_O = 0.3$	$S_O = 0.6192$	$S_O = 0.6278362$
II	$S_L = 0.2$	$S_L = 0.0331$	$S_L = 0.02770159$
	$S_C = 0.2$	$S_C = 0.01009$	$S_C = 0.01027592$
	$S_I = 0.5$	$S_I = 0.03367$	$S_I = 0.3340963$
	Fungsi Objektif = 9	Fungsi Objektif = 1.548	Fungsi Objektif = 1.3994
	$S_O = 0.3$	$S_O = 0.7832$	$S_O = 0.7903002$
	$S_I = 0.5$	$S_I = 0.08613$	$S_I = 0.04044728$
III	$S_L = 0.3$	$S_L = 0.01625$	$S_L = 0.01539212$
	$S_C = 0.1$	$S_C = 0.1545$	$S_C = 0.1511404$
	Fungsi Objektif = 9	Fungsi Objektif = 1.271	Fungsi Objektif = 1.04224

PENUTUP

Simpulan

Berdasarkan pembahasan, diketahui bahwa model pertumbuhan alga dapat dikendalikan dengan cara mengatur intensitas cahaya yang diberikan saat budidaya. Titik kesetimbangan sistem bersifat stabil dengan syarat aliran jaringan PSU **aktif** lebih besar daripada aliran jaringan menuju CEF. Masalah kendali optimal dalam model tersebut dapat diselesaikan menggunakan prinsip minimum Pontryagin dan software DOTcpSB. Dari simulasi numerik dapat diketahui pula bahwa hasil budidaya dengan pengendalian, mengalami peningkatan dibandingkan hasil budidaya tanpa adanya pengendalian.

Selain itu, adanya pengendalian mampu menitimumkan energi yang diperlukan saat budidaya.

Saran

Model yang digunakan dalam penelitian selanjutnya dapat dikembangkan dari model pertumbuhan alga fotosintetik dengan menambahkan pengaruh suhu, karbon, atau nutrisi lainnya. Dalam penelitian selanjutnya dapat digunakan metode lain untuk menyelesaikan masalah kendali optimal pada model, seperti *Model Predictive Control* (MPC), *robust control*, dan lain sebagainya. Selain itu, dapat dilakukan dengan menambahkan gangguan (*disturbance*) dalam melakukan simulasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Brunnman, J.R. dan Boyce, W.E. 2011. *Differential Equations: An Introduction to Modern Methods and Applications*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Eikens, P.H.C. dan Peeters, J.C.H. 1988. "A Model For The Relationship Between Light Intensity and The Rate of Photosynthesis in Phytoplankton." *Ecological Modelling*, vol 42, hal. 199-215.
- Eikens, P.H.C. dan Peeters, J.C.H. 1993. "Dynamic Behaviour of A Model for Photosynthesis and Photoinhibition." *Ecological Modelling*, vol 69, hal. 113-133.
- Hirmajer, L., Balsa-Canto E. dan Banga J. 2009. "DOTcpSB, A Software Toolbox for Dynamic Optimization in Systems Biology." *BMC Bioinformatics*, vol. 10, hal. 199.
- Hsu, Hwei P. 1995. *Schaum's Outlines: Signals and Systems*. USA: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Marshall, J.S. dan Huang Y. 2010. "Simulation of Light-Limited Algae Growth in Homogeneous Turbulence." *Chemical Engineering Science*, vol. 65, hal. 3865-3875.
- Naidu, D.S. 2004. *Optimal Control Systems*. Florida: CRC Press LLC.
- Nmuha, E.K. dan Alopermis V. 2013. "Modeling Method for Combining Fluid Dynamics and Algal Growth in A Bubble Column Photobioreactor." *Chemical Engineering Journal*, vol. 229, hal. 559-568.
- Papadakis, I.A., Katzabasis K. dan Lika K. 2012. "Modeling The Dynamic Modulation of Light Energy in Photosynthetic Algae." *Journal of Theoretical Biology*, vol. 300, hal. 254-264.
- Robandi, Imam. 2009. *Modern Power System Control*. Yogyakarta: Penerbit ANDI.
- Wu, X. dan Merchuk, J.C. 2001. "A Model Integrating Fluid Dynamics in Photosynthesis and Photoinhibition Processes." *Chemical Engineering Science*, vol. 56, hal. 3527-3528.

ORIGINALITY REPORT



PRIMARY SOURCES

1	ejournal.unhasy.ac.id Internet Source	6%
2	repository.its.ac.id Internet Source	4%
3	authorzilla.com Internet Source	2%
4	paduaresearch.cab.unipd.it Internet Source	1 %
5	media.neliti.com Internet Source	1 %
6	www.scribd.com Internet Source	1 %
7	upcommons.upc.edu Internet Source	1 %
8	Ioannis A. Papadakis, Kiriakos Kotzabasis, Konstadia Lika. "Modeling the dynamic modulation of light energy in photosynthetic algae", Journal of Theoretical Biology, 2012 Publication	1 %